



**И. Д. ИЛЬЕВСКИЙ**

# **СФЕРИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ**

БИБЛИОТЕЧКА  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ  
Ф И З И К А

И. Д. ИЛЬЕВСКИЙ

# СФЕРИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ

Киев  
Головное издательство  
издательского объединения  
«Вища школа»  
1978

УДК 522.7(07)

**Сферическая астрономия.** И л ь е в с к и й И. Д. Киев, издательское объединение «Вища школа», 1978, 88 с.

В книге изложены основы сферической астрономии — одного из древних разделов астрономии, имеющего непосредственное отношение к практической деятельности человечества. В частности, здесь изложены основы измерения времени и способы построения календаря. После каждого параграфа приведены задачи для самостоятельного решения.

Пособие рассчитано на учащихся физико-математических и средних общеобразовательных школ. Оно может быть использовано учителями астрономии при проведении внеурочной кружковой работы и всеми, кто интересуется астрономией.

Табл. 4. Ил. 43. Список лит.: 9 назв.

Редакционная коллегия: проф. А. М. Ф е д о р ч е н к о (ответственный редактор), проф. Е. И. Х а р ь к о в, проф. Ю. И. Ш и м а н с к и й, доц. А. М. Б о р б а т (заместитель ответственного редактора), доц. А. И. Бугайов, доц. Н. Е. М е н я й л о в.

Редакция литературы по математике и физике  
Зав. редакцией А. С. Макуха

Библиотечка физико-математической школы  
Ф И З И К А

Ион Давидович Ильевский

### СФЕРИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ

Редактор Л. И. Ващенко  
Литературный редактор Н. М. Чеховой  
Художественный редактор В. И. Юрчишин  
Технический редактор С. М. Кузнецова  
Корректор Е. А. Каплан

Информ. бланк № 2747

Сдано в набор 3.08.77. Подп. в печать 25.01.78. БФ 08660. Формат 84 × 108<sup>1/32</sup>. Бумага типогр. № 3. Лит. гарн. Выс. печать. 4,62 усл. печ. л. 4,57 уч.-изд. л. Тираж 11000 экз. Изд. № 3454. Зак. 7-382. Цена 15 коп.

Головное издательство издательского объединения «Вища школа», 252054, Киев-54, ул. Гоголевская, 7.

Отпечатано с матриц Книжной ф-ки им М. В. Фрунзе в Харьковской городской типографии № 16, Харьков-3, Университетская, 16, Зак. 570.

И 20600—051  
М211 (04) — 78 178—78

© Издательское объединение «Вища школа», 1978

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Сферическая астрономия — раздел астрономии, в котором рассматриваются математические методы определения видимых положений и движений небесных светил.

Возникнув в глубокой древности и явившись первым шагом на пути изучения астрономических явлений, сферическая астрономия и поныне широко применяется в различных областях астрономии.

В основе сферической астрономии лежит понятие небесной сферы. Непосредственные наблюдения звездного неба создавали у древних наблюдателей зрительное впечатление о существовании куполообразного небесного свода. Огромная удаленность небесных светил не давала возможности человеческому глазу оценить различие расстояний к ним, вследствие чего они представлялись одинаково удаленными. Древние наблюдатели предполагали, что все светила расположены на какой-то сфере, которая совершает суточное движение вокруг Земли. Теперь хорошо известно, что никакой небесной сферы не существует, что различные светила удалены от нас на различные расстояния, а движение небосвода с востока на запад обусловлено движением Земли вокруг своей оси с запада на восток.

Однако метод древних наблюдателей, заключающийся в определении положений светил на небесной сфере, оказался настолько целесообразным, что и

современная астрономия в части определения расположения светил пользуется им.

Среди важнейших задач сферической астрономии следует прежде всего отметить разработку правил, по которым определяются положения светил на небесной сфере, и правил, при помощи которых по видимым направлениям на небесные светила можно узнать истинные направления.

Одной из важнейших задач сферической астрономии является установление теоретических основ счета времени, что издавна служило практическим потребностям человека.

В основу измерения времени положены периодически повторяющиеся небесные явления, давшие возможность установления основных единиц счета времени и построения календаря, позволяющего предвидеть сезонные явления, что издавна было важно для практической деятельности человека.

Предложения и пожелания по улучшению содержания книги просим присылать по адресу: 252054, Киев-54, Гоголевская, 7, Головное издательство издательского объединения «Вища школа», редакция литературы по математике и физике.

*Автор*

# Глава I

## НЕБЕСНАЯ СФЕРА

### § 1. Сферические координаты

В математике и ее приложениях к физике и астрономии широко применяется сферическая система координат.

Проведем через фиксированную точку  $O$  три взаимно перпендикулярные оси  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ . Пусть  $M$  — произвольная точка, не лежащая на оси  $Oz$ . Опустим из точки  $M$  перпендикуляр на плоскость  $xOy$  и обозначим основание этого перпендикуляра через  $N$ . Из точки  $N$  опустим перпендикуляр на ось  $Ox$  и обозначим основание этого перпендикуляра через  $P$ .

Первой сферической координатой  $r$  точки  $M$  называется расстояние от точки  $M$  до начала координат  $O$  (рис. 1).

Второй сферической координатой  $\lambda$  точки  $M$  называется угол от оси  $Ox$  до луча  $ON$ , выходящего из начала координат  $O$  и проходящего через проекцию  $N$  точки  $M$  на плоскость  $xOy$ . Этот угол отсчитывается в том направлении, в котором совершается кратчайший поворот, совмещающий положительное направление оси  $Ox$  с положительным направлением оси

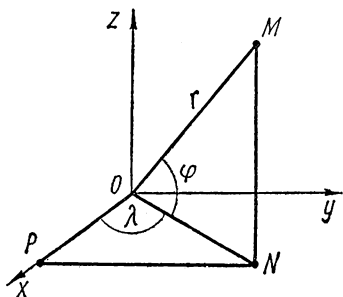


Рис. 1

$Oy$ . Третьей сферической координатой  $\varphi$  точки  $M$  называется угол между лучами  $ON$  и  $OM$  (или угол, который луч  $OM$  составляет с плоскостью  $xOy$ ). При этом угол  $\varphi$  считается положительным, если точка  $M$  находится над плоскостью  $xOy$ , и отрицательным, если эта точка находится под плоскостью  $xOy$ .

Из данных определений следует, что

$$0 < r < +\infty, \quad 0 \leq \lambda < 360^\circ, \quad -90^\circ < \varphi < 90^\circ.$$

Если  $r$  — величина постоянная, то все точки будут размещаться на поверхности сферы, так что для определения их положений будет достаточно двух координат  $\lambda$  и  $\varphi$ .

Таковы, например, географические координаты, определяющие положение точки на земной поверхности<sup>1</sup>.

Пусть ось вращения Земли пересекает земную поверхность в точках  $P$  и  $P'$ , называемых полюсами (рис. 2). Окружности больших кругов, проходящих через полюсы,

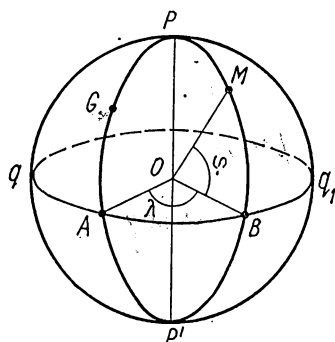


Рис. 2

называются меридианами. В качестве начального меридиана принят меридиан  $PGP'$ , проходящий через Гринвич. Проведем меридиан через данную точку  $M$ . Положение этой точки может быть определено дугой меридиана  $BM$  и двугранным углом между плоскостями меридианов: начального и проведенного через точку  $M$ .

Дуга меридиана  $BM$  представляет собой расстояние пункта  $M$  от земного эква-

тора. Она измеряется углом  $\varphi$ , называемым *географической широтой*. В северном земном полушарии широта считается положительной, а в южном — отрицательной. Легко убедиться, что широта  $\varphi$  есть угол между отвесной линией, построенной в точке  $M$ , и плоскостью земного экватора.

Линейный угол двугранного угла между плоскостями начального меридиана и меридиана, проведенного через точку  $M$ , обозначается буквой  $\lambda$  и называется *географической долготой*. Долгота  $\lambda$ , отсчитываемая к востоку, считается положительной, а к западу, — отрицательной.

Таким образом,

$$-90^\circ < \varphi < 90^\circ, 0 \leq \lambda < 360^\circ.$$

При решении ряда задач удобно долготу выражать в часах. Угол в один час составляет  $1/24$  часть полного угла.

<sup>1</sup> В качестве первого приближения можно принять, что Земля имеет форму шара. В действительности Земля сплюснута у полюсов и экваториальный ее радиус больше полярного приблизительно на 21,5 км.

## § 2. Основные круги и точки на небесной сфере

*Небесной сферой* называется воображаемая шаровая поверхность произвольного радиуса с центром в произвольной точке пространства. Такой точкой может быть центр Земли, центр Солнца, место наблюдения. В нашем изложении в качестве центра сферы мы примем глаз наблюдателя (рис. 3).

Еще в древности отдельные группы звезд на небесной сфере были названы *созвездиями*. Названия большинства

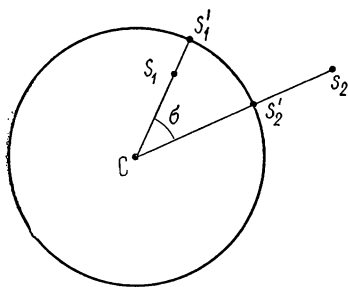


Рис. 3

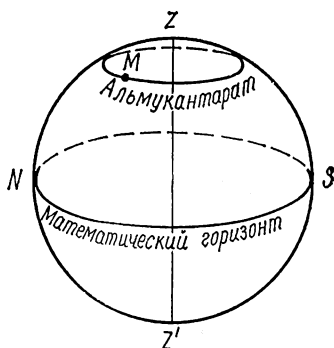


Рис. 4

созвездий сохранились до наших дней. Однако в наше время под созвездием понимают не совокупность звезд, а участки небесной сферы со строго установленными границами. Небесная сфера разделена на 88 созвездий. Звезды в созвездиях чаще всего обозначаются буквами греческого или латинского алфавитов.

Для построения основных линий и точек небесной сферы выберем в качестве основного направления направление отвесной линии, проходящей через глаз наблюдателя. Эта линия пересекает небесную сферу в двух диаметрально противоположных точках  $Z$  (*зенит*) и  $Z'$  (*надир*).

Плоскость, проходящая через центр сферы перпендикулярно к отвесной линии, называется плоскостью математического горизонта, а линия пересечения ее с небесной сферой — *математическим*, или *истинным горизонтом* ( $NS$ ) (рис. 4).

Математический горизонт не совпадает с видимым горизонтом. На суше видимый горизонт зависит от рельефа



местности, а на море он не совпадает с большим кругом небесной сферы и располагается несколько ниже.

Проходящий через светило малый круг небесной сферы, параллельный математическому горизонту, называется *альмукантаратом*.

При суточном движении небесной сферы все светила, наблюдаемые в северном земном полушарии, описывают окружности вокруг некоторой точки  $P$ , находящейся в со-

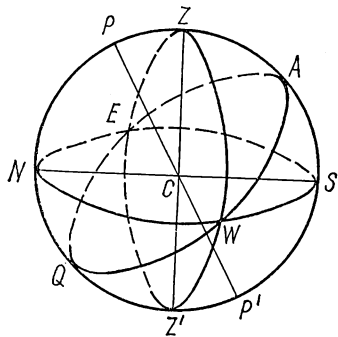


Рис. 5

звездии Малой Медведицы на расстоянии примерно  $1^\circ$  от звезды  $\alpha$ , называемой Полярной. Эту точку принято называть *северным полюсом мира*. Линия, проходящая через северный полюс мира и центр небесной сферы, называется *осью мира*. Точка  $P'$  (рис. 5) называется *южным полюсом мира*.

Видимое вращение небесной сферы является следствием вращения Земли вокруг своей оси. Земная ось, таким образом, параллельна оси мира.

Плоскость, проходящая через ось мира и зенит, называется *плоскостью небесного меридиана*, а линия ее пересечения с небесной сферой — *небесным меридианом*. Небесный меридиан пересекается с математическим горизонтом в точках  $N$  (*север*) и  $S$  (*юг*).

При видимом движении небесной сферы вокруг оси мира светила пересекают меридиан. Прохождение светила через меридиан называется *кульминацией*. Различают верхнюю и нижнюю кульминации. В северном полушарии Земли при верхней кульминации светило проходит между северным полюсом мира и точкой юга и удалено при этом на наибольшее расстояние от горизонта. В момент нижней кульминации светило проходит через меридиан к северу от полюса мира: при этом его удаление от горизонта наименьшее.

Прямая  $SN$ , проходящая через точки севера и юга, называется *полуденной линией*. Она является проекцией оси мира на плоскость математического горизонта.

Плоскость, проходящая через центр сферы перпендикулярно к оси мира, называется плоскостью небесного экватора, а линия ее пересечения с небесной сферой — *небесным экватором*. Небесный экватор  $AQ$  пересекает математический горизонт в точках *востока*  $E$  и *запада*  $W$ . Небесная сфера делится небесным экватором на северную и южную полусферы.

Плоскость, проходящая через отвесную линию, называется вертикальной плоскостью, а линия пересечения

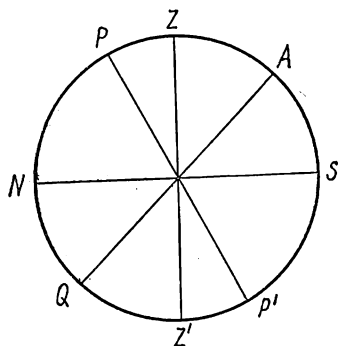


Рис. 6

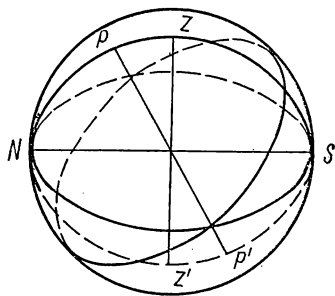


Рис. 7

ее с небесной сферой — *вертикалом*. Поскольку через одну прямую можно провести бесчисленное множество плоскостей, то каждое светило на небесной сфере имеет свой вертикал. Вертикал, проходящий через точки востока  $E$  и запада  $W$ , называется *первым вертикалом*.

На приведенных нами рисунках плоскость небесного меридиана совпадает с плоскостью чертежа и контур небесной сферы изображен в виде окружности, на которой помещены полюс и зенит. При этих условиях плоскости математического горизонта и небесного экватора должны быть изображены в виде отрезков, соответственно перпендикулярных к отвесной линии и к оси мира (рис. 6).

Если же мы хотим изобразить горизонт и экватор в виде более или менее раскрытых эллипсов, то для этого нужно вывести плоскость меридиана из плоскости чертежа, повернув ее на некоторый угол около полуденной линии (рис. 7). Тогда изображения зенита  $Z$  и надира  $Z'$  попадут на небесный меридиан, который изобразится эллипсом с осями  $NS$  и  $ZZ'$ . Горизонт изобразится эллипсом, большая ось

которого совпадет с  $NS$ . Небесный экватор в этом случае тоже будет иметь на чертеже вид эллипса.

Хотя полученное изображение является геометрически правильным, достаточно наглядным и по сути не вызывает больших затруднений, однако в астрономической литературе по традиции используют «каноническое» изображение (рис. 5), которое, несмотря на некоторую неточность с точки зрения геометрических построений, является более удобным. «Канонические» чертежи содержат меньше вспомогательных линий и легче воспринимаются. Они более удобны и при решении ряда задач сферической астрономии.

### § 3. Горизонтальные координаты

Система координат, в которой положение светила определяется по отношению к плоскости математического горизонта, называется *горизонтальной*. Основным направлением в этой системе есть направление силы тяжести, а основная плоскость — горизонтальная.

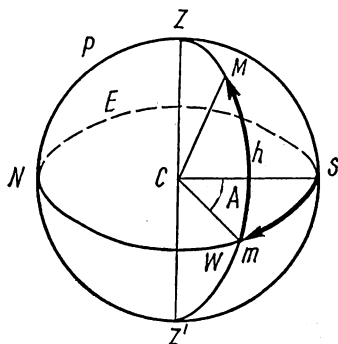


Рис. 8

Для определения положения светила  $M$  проведем дугу вертикала  $ZMZ'$  (рис. 8). Угловое расстояние по вертикалу от горизонта до светила обозначается буквой  $h$  и называется *высотой светила*. Высота измеряется дугой  $mM$  или центральным углом  $\widehat{mCM}$ .

Второй координатой служит двугранный угол между плоскостью небесного меридиана и плоскостью вертикала, проходящего через светило  $M$ . Этот угол отсчитывается от южной части меридиана на запад. Мерой двугранного угла служит линейный угол  $A$ , измеряемый дугой горизонта, отсчитываемой от точки юга на запад до пересечения вертикала светила с горизонтом. Он называется *азимутом*.

Высота отсчитывается в пределах от нуля до  $+90^\circ$  к зениту и от нуля до  $-90^\circ$  к надиру. В ряде задач удобно вместо высоты пользоваться *зенитным расстоянием*

*светила*. Зенитное расстояние  $z$  есть дуга вертикала от зенита до светила. Оно всегда положительно и изменяется в пределах от 0 до  $180^\circ$ . Легко видеть, что зенитное расстояние связано с высотой простым соотношением

$$z + h = 90^\circ. \quad (3.1)$$

Светила, находящиеся на одном альмукантарате, имеют одинаковые высоты и одинаковые зенитные расстояния. Светила, находящиеся на одном вертикале, имеют одинаковые азимуты.

В геодезии и навигации азимуты отсчитываются от точки севера  $N$  либо от 0 до  $360^\circ$  в направлении  $ESWN$ , либо от 0 до  $+180^\circ$  (восточные) и от 0 до  $-180^\circ$  (западные). Отсчитываемые таким образом азимуты называются геодезическими азимутами в отличие от астрономических, отсчитываемых от точки юга. Между геодезическим азимутом  $A'$  и астрономическим  $A$  существует соотношение

$$A' = A \pm 180^\circ. \quad (3.2)$$

Знак «плюс» берется для  $A < 180^\circ$ , «минус» — для  $A > 180^\circ$ . Иногда астрономические азимуты отсчитывают в обе стороны от точки юга: к востоку и к западу до точки севера  $N$  от 0 до  $180^\circ$ . При этом направление на запад от точки юга принимается положительным, а на восток — отрицательным. В соотношении между  $A$  и  $A'$  в этом случае берется знак «плюс» для отрицательных (восточных)  $A$  и «минус» для положительных (западных)  $A$ . Таким образом, при решении задач нужно учитывать, что именно подразумевается под термином азимут. В нашем изложении мы будем придерживаться отсчета астрономических азимутов от точки юга на запад от 0 до  $360^\circ$ .

Вследствие видимого движения небесной сферы, горизонтальные координаты светил непрерывно меняются. Так, в момент восхода Солнца высота его равна нулю, а зенитное расстояние составляет  $90^\circ$ . Затем высота увеличивается, а поскольку Солнце в течение дня перемещается с востока на запад, то меняется и его азимут. Это в равной мере относится ко всем светилам. Таким образом, полученные из наблюдений горизонтальные координаты относятся только к данному моменту времени, а в другой момент они будут другими. Поэтому всякое измерение горизонтальных координат производят с часами, фиксируя момент наблюдения.

## У п р а ж н е н и я

1. Каковы горизонтальные координаты точек юга, севера, запада, востока?
2. Азимут светила  $315^\circ$ , а высота  $45^\circ$ . В какой стороне неба нужно искать это светило? То же для  $A = 45^\circ$ ,  $h = 60^\circ$ ?
3. Когда высота Солнца равна нулю?
4. Когда азимут Солнца равен нулю?
5. В астрономическом календаре даны астрономические азимуты восхода и захода Солнца:

1 января	$\pm 47^\circ$ ;
1 марта	$\pm 78^\circ$ ;
1 мая	$\pm 119^\circ$ ;
1 июля	$\pm 136^\circ$ .

Определить азимуты восхода и захода для этих дат, отсчитывая углы от точки юга на запад.

6. При наблюдении Солнца замечают, что оно поднимается все выше и выше. В восточную или западную часть неба смотрит наблюдатель?

7. Каков азимут светила, находящегося в нижней кульминации?

8. Светило находится в верхней кульминации на север от зенита. Чему равен его азимут?

9. Светило находится в верхней кульминации на юг от зенита. Чему равен его азимут?

10. В каких частях небосвода зенитные расстояния светил непрерывно увеличиваются, а в каких уменьшаются?

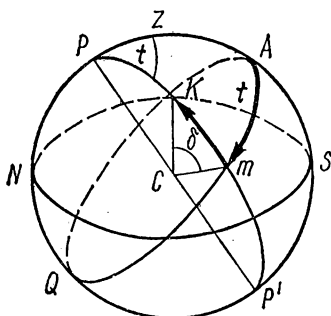


Рис. 9

### § 4. Экваториальные координаты

В экваториальных системах координат основным направлением является ось мира, а основной плоскостью — плоскость небесного экватора. Пусть  $PP'$  (рис. 9) — ось мира, а  $AQ$  — небесный экватор. Для определения положения точки  $K$  проводим через эту точку и ось мира

плоскость. Она пересечет небесную сферу по окружности большого круга, которая называется кругом склонения, или часовым кругом. Угловое расстояние точки  $K$  от небесного экватора обозначается буквой  $\delta$  и называется *склонением* светила. Оно измеряется центральным уг-

лом  $m\hat{C}K$  и отсчитывается положительным к северному полюсу мира. В южном небесном полушарии склонение отрицательно:

$$-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ. \quad (4.1)$$

В качестве второй координаты служит двугранный угол между плоскостью небесного меридиана и плоскостью часового круга. Этот угол обозначается буквой  $t$  и измеряется по экватору от южной точки меридиана до точки  $m$  пересечения экватора с кругом склонения светила  $K$ . Он называется *часовым углом*. Отсчитывается часовой угол на запад от 0 до 24 часов или от 0 до  $360^\circ$ :

$$0 \leq t < 24^h. \quad (4.2)$$

Вместо склонения иногда пользуются *полярным расстоянием*  $p$ .

Полярным расстоянием называется дуга круга склонения от полюса до светила. Отсчитывается она от 0 до  $180^\circ$ . Полярное расстояние и склонение светила связаны соотношением

$$p + \delta = 90^\circ. \quad (4.3)$$

Иногда при решении задач удобно отсчитывать часовой угол по обе стороны от меридиана — к западу положительным, а к востоку отрицательным.

Эта система называется *первой экваториальной системой координат*. Склонения звезд в этой системе будут оставаться постоянными (если пренебречь собственным движением звезд<sup>1</sup>, которое для большинства последних весьма незначительно). Часовые углы непрерывно меняются. Их изменение пропорционально времени, что широко используется для его измерения.

Во *второй экваториальной системе координат* первой координатой служит то же самое склонение  $\delta$ , что и в первой системе. Для отсчета углов, определяющих вторую координату, на экваторе выбрана точка, играющая особо важную роль в ряде задач сферической астрономии. Эта точка называется *точкой весеннего равноденствия*. Она замечательна тем, что Солнце ежегодно проходит через эту точку, переходя из южного небесного полушария в северное. Бывает это примерно 21 марта, в день, называемый

---

<sup>1</sup> О собственных движениях звезд см. главу III.

днем весеннего равноденствия. Точка весеннего равноденствия обозначается знаком созвездия Овна  $\Upsilon$ , хотя находится она в созвездии Рыб. Это один из самых древних астрономических знаков, дошедший до нас из глубины веков, когда точка весеннего равноденствия находилась в созвездии Овна<sup>1</sup>.

Второй координатой во второй экваториальной системе служит дуга экватора  $\Upsilon m$  (рис. 10) от точки весеннего равноденствия до точки пересечения экватора с кругом скло-

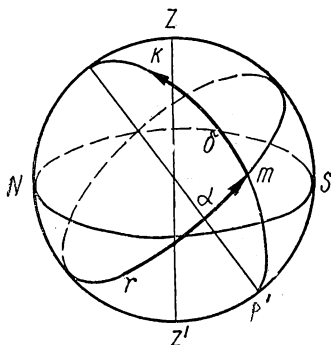


Рис. 10

нения светила  $K$ . Эта дуга обозначается буквой  $\alpha$  и называется *прямым восхождением светила*. Отсчитывается прямое восхождение от точки весеннего равноденствия на восток, т. е. против движения небесной сферы от 0 до 24 часов или от 0 до  $360^\circ$ :

$$0 \leq \alpha < 24^h. \quad (4.4)$$

Так как точка весеннего равноденствия движется вместе с небесной сферой, то прямые восхождения звезд оста-

ются постоянными, если снова пренебречь собственными движениями звезд.

Пользуясь склонением  $\delta$  и прямым восхождением  $\alpha$ , можно составить списки звезд в порядке возрастания их прямых восхождений. Такие списки называются звездными каталогами. Эти координаты применяются также для составления звездных карт и звездных атласов.

Вторая экваториальная система координат имеет сходство с системой географических координат, рассмотренной нами в § 1. Географическая широта является угловым расстоянием от земного экватора по географическому меридиану, а склонение есть угловое расстояние по кругу склонения от небесного экватора. Географическая долгота является угловым расстоянием меридиана земного пункта от начального меридиана, а прямое восхождение есть угловое расстояние часового круга звезды от круга, проходящего через точку весеннего равноденствия. И положение

<sup>1</sup> В третьей главе мы еще вернемся к этому вопросу.

начального меридиана на Земле, и точка весеннего равноденствия выбраны условно. Принципиально отсчет можно было бы проводить и от иных выбранных пунктов. Подобно тому, как географические карты строятся на сетке географических координат, звездные карты строятся на сетке второй экваториальной системы координат.

## У п р а ж н е н и я

1. Чему равно склонение зенита, если высота полюса над горизонтом равна  $49^\circ$ ?
2. На сколько градусов от полюса отстоит звезда со склонением  $0^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $70^\circ$ ?
3. Чему равно склонение и прямое восхождение точки весеннего равноденствия?
4. Часовой угол звезды равен  $45^\circ$ . В какой части неба она видна?
5. Чему равен часовой угол звезды в момент верхней кульминации?
6. Чему равен часовой угол звезды в момент нижней кульминации?
7. Высота полюса мира над горизонтом  $50^\circ$ . Чему равно склонение точки юга?
8. Высота полюса мира над горизонтом  $70^\circ$ . Чему равно склонение точки севера?
9. Точка весеннего равноденствия находится в верхней кульминации. Чему равен ее часовой угол?
10. Точка весеннего равноденствия находится в нижней кульминации. Чему равен ее часовой угол?

## § 5. Вращение небесной сферы на различных географических широтах

**Теорема о высоте полюса мира.** *Высота полюса мира равна географической широте места наблюдения.*

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Пусть  $T$  — центр Земли,  $pp'$  — земная ось, а  $eq$  — земной экватор (рис. 11). Поместим наблюдателя в точке  $C$ , находящейся на географической широте  $\varphi$ , т. е.  $\widehat{eTC} = \varphi$ . Точка  $C$  является в данном случае центром небесной сферы, а ось мира  $CP$ , проходящая через эту точку, параллельна оси вращения Земли  $pp'$ . Проведем в точке  $C$  касательную плоскость к земному шару и изобразим прямой  $SN$ , лежащей в этой плоскости, полуденную линию. Угол  $\widehat{NCP} = h$  является высотой полюса. Поскольку  $CP \perp eq$ , а  $CN \perp CT$ , то углы  $h$  и  $\varphi$  равны как два острых угла с взаимно перпендикулярными сторонами, что и требовалось доказать.



Поскольку  $\varphi = h$ , то для определения широты места наблюдения достаточно измерить в данном пункте высоту полюса мира. Однако в самом полюсе мира нет заметного светила, высоту которого можно было бы измерить. Полярная звезда удалена от полюса мира на угловое расстояние порядка  $1^\circ$ . Измеряя высоту Полярной звезды, можно получить приближенное значение широты с точностью до  $1^\circ$ . Полученный результат можно уточнить при помощи сведений, содержащихся в переменной части Астрономического календаря по формуле

$$\varphi = h - (I + II + III), \quad (5.1)$$

где  $I$ ,  $II$ ,  $III$  — поправки, приведенные в календаре. Величины этих поправок зависят от времени и даты наблюдения, а также от приближенной широты (высоты Полярной звезды). Учитывая все три поправки, можно получить широту с точностью до  $\pm 0',2$ . Для этого наблюдения должны проводиться с помощью теодолита

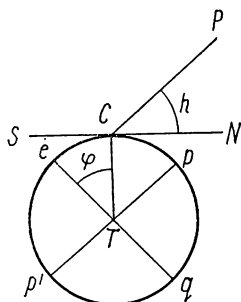


Рис. 11

или другого подобного углового инструмента, обеспечивающего соответствующую точность отсчета углов. Иногда, когда нет надобности в большой точности, ограничиваются поправкой  $I$ . В этом случае наибольшая ошибка может быть порядка  $0^\circ,1$ .

При доказательстве теоремы о высоте полюса мира мы выходили из предположения, что Земля имеет форму шара. В действительности же Земля сплюснута у полюсов, в связи с чем различают астрономические, геодезические и геоцентрические широты. Для тех, кто пожелает подробнее ознакомиться с этим вопросом, рекомендуем книгу К. А. Куликова «Курс сферической астрономии». М., Государственное издательство физико-математической литературы, 1961.

Поскольку на различных географических широтах высота полюса различна, то вид звездного неба и характер его движения различны.

Представим себе наблюдателя, находящегося на северном полюсе Земли, где широта  $\varphi = 90^\circ$  (рис. 12). Для него полюс мира будет совпадать с зенитом, а ось вращения Земли — с отвесной линией. Математический горизонт

будет совпадать с небесным экватором. Все светила, имеющие положительные склонения, т. е. находящиеся в северном небесном полушарии, все время будут над горизонтом, т. е. они будут незаходящими. Все светила, имеющие отрицательные склонения, т. е. находящиеся в южном небесном

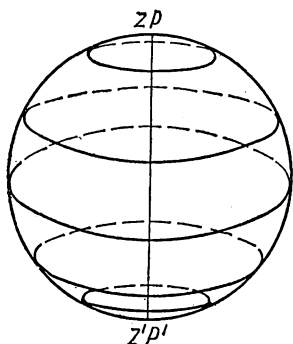


Рис. 12

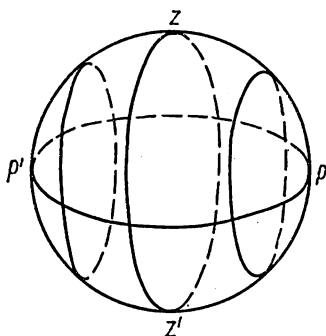


Рис. 13

полушарии, будут все время под горизонтом, т. е. будут невосходящими.

На рис. 13 показано движение небесной сферы для наблюдателя, находящегося на экваторе. Здесь широта  $\varphi = 0$ , следовательно, полюс мира лежит на горизонте, а ось мира — в плоскости горизонта. Небесные светила, двигаясь вокруг оси мира, будут восходить и заходить под прямым углом к горизонту. Все светила здесь будут восходящими и заходящими. Наблюдатель будет видеть звезды и северного, и южного полушарий. Плохо будут видны лишь полюсы, лежащие на горизонте.

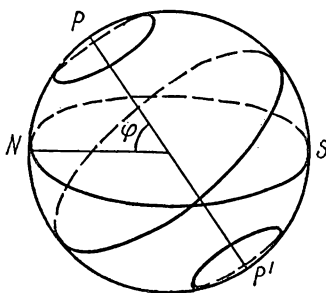


Рис. 14

На средних широтах (рис. 14) звезды, отстоящие от полюса мира на расстоянии, не превышающем  $\varphi$ , т. е. имеющие склонение  $\delta \geq 90^\circ - |\varphi|$ , будут незаходящими. Звезды, отстоящие от южного полюса мира на расстоянии, не превышающем  $\varphi$ , т. е. имеющие склонение  $\delta \leq -(90^\circ - |\varphi|)$ ,

будут невосходящими. Звезды, имеющие склонение, удовлетворяющее неравенство

$$-(90^\circ - |\varphi|) < \delta < 90^\circ - |\varphi|, \quad (5.2)$$

будут восходящими и заходящими.

Условие невосходимости и незаходимости звезд можно записать неравенством

$$|\delta| \geq 90^\circ - |\varphi|. \quad (5.3)$$

При  $\delta > 0$  это неравенство является условием незаходимости звезд, а при  $\delta < 0$  — невосходимости.

Все приведенные рассуждения построены по отношению к наблюдателю, находящемуся в северном земном полушарии. Для наблюдателя, находящегося на южном полюсе, незаходящими будут звезды, имеющие отрицательное склонение. Полученные условия невосходимости и незаходимости на средних широтах южного полушария будут иными. При  $|\delta| \geq 90^\circ - |\varphi|$  светила будут незаходящими, если  $\delta < 0$ , и невосходящими при  $\delta > 0$ .

Незаходящие звезды проходят меридиан над горизонтом и в верхней, и в нижней кульминациях. У невосходящих звезд обе кульминации происходят под горизонтом. Светила восходящие и заходящие в верхней кульминации проходят через меридиан над горизонтом, а в нижней кульминации — под горизонтом.

### У п р а ж н е н и я

1. Широта Мурманска  $69^\circ$ . Можно ли там наблюдать над горизонтом звезду Сириус, если ее склонение  $\delta = -16^\circ$ ?

2. Широта Ленинграда  $60^\circ$ . Можно ли там наблюдать обе кульминации звезды Веги, если ее склонение  $\delta = 39^\circ$ ?

3. Какому условию должно удовлетворять склонение светила, чтобы оно было на широте Ленинграда: а) незаходящим; б) невосходящим; в) восходящим и заходящим?

4. До какого склонения видны звезды южного полушария в Баку ( $\varphi = 40^\circ 23'$ )?

5. Начиная с какой широты звезда Арктур будет незаходящей ( $\delta = 19^\circ 27'$ )?

6. Начиная с какой широты звезда Вега будет заходящей ( $\delta = 38^\circ 44'$ )?

7. Начиная с какой широты при путешествии на юг можно увидеть Фомальгаут ( $\delta = -29^\circ 45'$ )?

8. Звезда отстоит от северного полюса мира на  $12^\circ$ . Всегда ли она находится над горизонтом в Виннице ( $\varphi = 49^\circ 13'$ )?

9. Восходит ли звезда Фомальгаут в Архангельске ( $\varphi = 64^\circ 33'$ )?

10. Какому условию должно удовлетворять склонение светила, чтобы его нижняя кульминация происходила над горизонтом?

## § 6. Высота светила в момент кульминации

Существует простая зависимость между высотой светила (или зенитным расстоянием), его склонением и географической широтой в моменты верхней и нижней кульминаций.

Пусть светило  $S_1$  пересекает меридиан в верхней кульминации к югу от зенита. Изобразим плоскость меридиана в виде полукруга  $NZS$  (рис. 15).  $CP$  — ось мира,  $CZ$  — отвесная линия,  $AC$  — небесный экватор,  $NS$  — горизонт,  $\widehat{ACS}_1 = \delta$  — склонение светила  $S_1$ ,  $\widehat{ZCS}_1 = z$  — его зенитное расстояние,  $\widehat{ACZ} = \varphi$  — географическая широта. По-

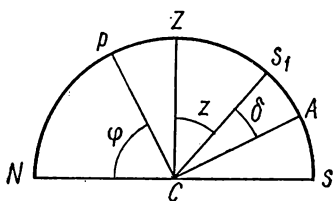


Рис. 15

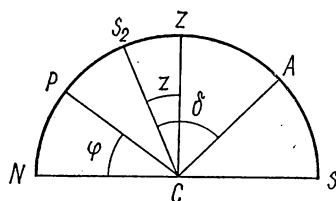


Рис. 16

скольку  $AC \perp CP$ , а  $CZ \perp CN$ , то  $\widehat{NCP} = \widehat{ACZ}$  как острые углы  $\varepsilon$  взаимно перпендикулярными сторонами. Но  $\widehat{ACZ} = \widehat{ACS}_1 + \widehat{ZCS}_1$ , следовательно,  $\widehat{NCP} = \widehat{ACS}_1 + \widehat{ZCS}_1$ , т. е.  $\varphi = \delta + z$ , или

$$z = \varphi - \delta. \quad (6.1)$$

Положив  $z = 90^\circ - h$ , получим  $90^\circ - h = \varphi - \delta$ , или

$$h = 90^\circ + \delta - \varphi. \quad (6.2)$$

Поскольку  $z$  всегда положительно, то  $\delta < \varphi$ , т. е. к югу от зенита кульминируют светила, у которых склонение меньше географической широты места наблюдения. Заметим, что в наших широтах к таким светилам относятся Солнце, Луна и планеты.

Выведенные формулы связывают три величины. Поэтому, зная две из них, можно вычислить третью. Это дает возможность решать ряд задач сферической астрономии.

Несколько иными будут формулы для верхней кульминации светил, проходящих меридиан на север от зенита (рис. 16). Для этого случая склонением светила  $S_2$  будет

угол  $\widehat{ACS}_2$ , а зенитным расстоянием — угол  $\widehat{ZCS}_2$ ,  $\widehat{ACZ} = \widehat{ACS}_2 - \widehat{ZCS}_2$ , следовательно,  $\widehat{NCP} = \widehat{ACS}_2 - \widehat{ZCS}_2$ , т. е.  $\varphi = \delta - z$ , или

$$z = \delta - \varphi. \quad (6.3)$$

Полагая  $z = 90^\circ - h$ , получим  $90^\circ - h = \delta - \varphi$ , или

$$h = 90^\circ + \varphi - \delta. \quad (6.4)$$

В этом случае  $\delta > \varphi$ , поскольку  $z$  всегда положительно.

Полученные формулы можно объединить:

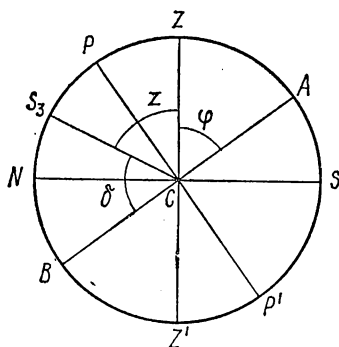


Рис. 17

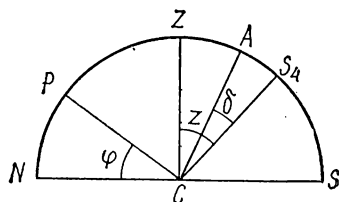


Рис. 18

$$z = \pm (\varphi - \delta), \quad (6.5)$$

$$h = 90^\circ \pm (\delta - \varphi). \quad (6.6)$$

Здесь знак «плюс» берется при кульминации на юг от зенита, а знак «минус» для кульминации на север от зенита.

Пусть светило  $S_3$  находится в нижней кульминации. Для выведения формулы изобразим меридиан в виде круга, где  $NS$  — горизонт,  $AB$  — экватор,  $ZZ'$  — отвесная линия,  $PP'$  — ось мира (рис. 17):

$\widehat{ACZ} = \widehat{NCP} = \varphi$ , но  $\widehat{BCS}_3 + \widehat{ZCS}_3 + \widehat{ACZ} = 180^\circ$ , т. е.  $\delta + z + \varphi = 180^\circ$ , откуда

$$z = 180^\circ - (\delta + \varphi).$$

Полагая  $z = 90^\circ - h$ , получим  $90^\circ - h = 180^\circ - \delta - \varphi$ , или

$$h = \delta + \varphi - 90^\circ. \quad (6.7)$$

При выведении формул мы ограничились положительными склонениями. Легко показать, что эти формулы справедливы и для отрицательных склонений, т. е. во всех

формулах  $\delta$  входит со своим знаком. Для примера рассмотрим выведение формулы для верхней кульминации на юг от зенита в случае  $\delta < 0$  (рис. 18):

$$\begin{aligned} \widehat{ACS}_4 &= \delta, \delta < 0, \widehat{ZCS}_4 = z, \widehat{ACZ} = \widehat{ZCS}_4 - \widehat{ACS}_4 = \\ &= z - (-\delta) = z + \delta; \widehat{ACZ} = \widehat{NCP} = \varphi, \varphi = z + \delta, \\ &z = \varphi - \delta. \end{aligned}$$

Полученные формулы являются частным случаем более общих формул преобразования координат, которые будут выведены в дальнейшем изложении с помощью формул сферической тригонометрии.

### У п р а ж н е н и я

1. Чему равна высота Веги в момент верхней кульминации в Киеве? Склонение Веги  $\delta = 38^\circ 44'$ , широта Киева  $\varphi = 50^\circ 27'$ .

2. Определить высоту Алиота (в Большой Медведицы) в моменты верхней и нижней кульминаций в Москве ( $\delta = 56^\circ 14'$ ,  $\varphi = 55^\circ 45'$ ).

3. Какую высоту имеет Капелла в момент верхней кульминации в Каире ( $\delta = 45^\circ 57'$ ,  $\varphi = 30^\circ 02'$ )?

4. Какое склонение имеет звезда, кульминирующая в Ашхабаде в точке севера ( $\varphi = 37^\circ 57'$ )?

5. Какое склонение имеет звезда, кульминирующая в Анкаре в точке юга ( $\varphi = 39^\circ 57'$ )?

6. Какое склонение имеет звезда, кульминирующая в зените в Хельсинки ( $\varphi = 60^\circ 10'$ )?

7. На какой широте звезда Кастор проходит через зенит ( $\delta = 32^\circ$ )?

8. Чему равна широта места, если звезда Регул в момент верхней кульминации на юг от зенита имеет высоту, равную  $64^\circ 15'$  ( $\delta = 12^\circ 13'$ )?

9. Наблюдатель измерил высоту неизвестной ему звезды в моменты верхней кульминации на юг от зенита и нижней кульминации. Высота в момент верхней кульминации оказалась равной  $65^\circ 15'$ , а в нижней  $39^\circ 47'$ . Чему равно склонение звезды? Какова широта места наблюдения?

10. Чему равна широта места, если светило, находящееся на небесном экваторе, в момент верхней кульминации имеет высоту  $42^\circ 15'$ ?

### § 7. Движение Солнца по небесной сфере

С давних времен было замечено, что Солнце не занимает постоянного места на небесной сфере, а перемещается относительно звезд. Такое заключение можно вывести хотя бы потому, что в различные времена года Солнце в моменты кульминаций занимает различные положения относительно

горизонта, в течение года перемещаются точки восхода и захода Солнца, изменяется продолжительность дня и ночи.

Такие явления убедили древних наблюдателей, что Солнце перемещается между звездами с запада на восток и смещается по отношению к небесному экватору. Ведь если светило лежит на экваторе, то оно при суточном движении небесной сферы половину своего пути проходит под горизонтом, а другую половину — над горизонтом. Солнце же

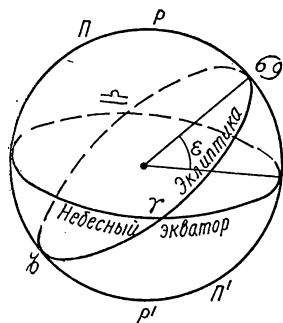


Рис. 19

летом большую часть своего суточного пути проходит над горизонтом, следовательно, в это время оно находится на север от небесного экватора. Зимой Солнце большую часть своего суточного пути проходит под горизонтом, следовательно, в это время оно находится в южном небесном полушарии.

Путь Солнца между звезд был известен в глубокой древности халдеям и египтянам. Им удалось доказать, что Солнце в течение года передвигается по большому кругу небесной сферы, наклоненному под углом к небесному экватору. Они отметили путь Солнца двенадцатью созвездиями, получившими названия зодиакальных (Рыбы, Овен, Телец, Близнецы, Рак, Лев, Дева, Весы, Скорпион, Стрелец, Козерог, Водолей).

Линия видимого годового движения Солнца представляет собой большой круг небесной сферы, который называется эклиптикой (от слова eclipses — затмение).

Угол наклона эклиптики к экватором не остается постоянным, а периодически в течение столетий меняется. В момент начала 1900 г. величина наклона эклиптики к небесному экватору была  $\epsilon = 23^\circ 27' 08'', 26$ . Для начала 1978 г. величина этого наклона достигла  $\epsilon = 23^\circ 26' 31'', 72$ . Ниже в нашем изложении мы будем принимать этот угол равным  $23^\circ 27'$ .

Две диаметрально противоположные точки небесной сферы  $\Pi$  и  $\Pi'$ , удаленные на  $90^\circ$  от всех точек эклиптики, называются полюсами эклиптики (рис. 19). Северный полюс эклиптики  $\Pi$  находится в северном небесном полушарии, в созвездии Дракона, а южный полюс — в южном небесном полушарии, в созвездии Золотой Рыбы.

Точки пересечения эклиптики с небесным экватором называются точками весеннего и осеннего равноденствий. Точка весеннего равноденствия обозначается знаком созвездия Овна  $\Upsilon$  (находится в созвездии Рыб), а точка осеннего равноденствия обозначается знаком созвездия Весов  $\Upsilon$  (находится в созвездии Девы). В точке весеннего равноденствия Солнце пересекает небесный экватор, переходя из южной небесной полусферы в северную. Это бывает примерно 21 марта, в день, называемый днем весеннего равноденствия. В точке осеннего равноденствия Солнце пересекает экватор, переходя из северной небесной полусферы в южную. Это бывает ежегодно примерно 23 сентября.

В дни равноденствий Солнце в результате суточного движения небесной сферы описывает над горизонтом и под горизонтом одинаковые дуги. Этим обусловлен выбор термина «равноденствие», означающее, что день равен ночи. Однако в действительности равенства дня и ночи в дни равноденствия не наблюдается в связи с так называемой рефракцией, о которой мы расскажем в третьей главе.

Легко заметить, что движение Солнца по эклиптике происходит неравномерно. Простой подсчет показывает, что свой путь в северном небесном полушарии (с 21 марта по 23 сентября) Солнце проходит за 186 суток, а в южном небесном полушарии (с 23 сентября по 21 марта) за 179 суток, т. е. скорость движения Солнца по эклиптике зимой бывает большей, чем летом.

Точки эклиптики, равноудаленные от точек равноденствий, называются точками солнцестояний. В северном небесном полушарии находится точка летнего солнцестояния. Она обозначается знаком созвездия Рака  $\text{♋}$  (находится в созвездии Близнецов). В южном небесном полушарии находится точка зимнего солнцестояния. Она обозначается знаком созвездия Козерога  $\text{♑}$  (находится в созвездии Стрельца). В точке летнего солнцестояния Солнце ежегодно бывает примерно 22 июня, а в точке зимнего солнцестояния — 22 декабря. Иногда точки весеннего и осеннего равноденствий соответственно называются точками весны и осени.

День, когда Солнце проходит точку весеннего равноденствия (21 марта), называют днем весеннего равноденствия или началом весны. Прохождение Солнца через точку летнего солнцестояния происходит в день летнего



солнцестояния (22 июня). Это начало лета. Точку осеннего равноденствия Солнце проходит в день, называемый днем осеннего равноденствия (23 сентября). Это начало осени. Точку зимнего солнцестояния Солнце проходит в день зимнего солнцестояния (22 декабря). Это начало зимы. Перечисленные даты называются основными астрономическими эпохами.

Перемещение Солнца по эклиптике является следствием орбитального движения Земли вокруг Солнца. На рис.

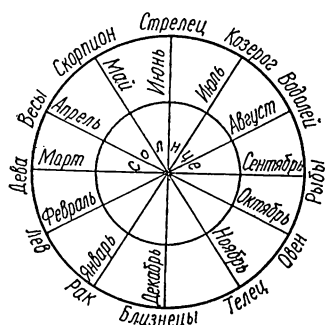


Рис. 20

20 внешняя окружность изображает эклиптику, а нижняя — орбиту Земли. При движении Земли Солнце проецируется на небесную сферу в точки эклиптики. Таким образом, эклиптика и земная орбита лежат в одной плоскости. Наклон эклиптики к экватору обусловлен наклоном оси вращения Земли к плоскости земной орбиты. Этот угол составляет  $66^{\circ}33'$ .

С перемещением Солнца по небесной сфере связано деление земной поверхности на тепловые пояса. Жарким поясом называют ту часть земной поверхности, где Солнце может находиться в зените в моменты кульминаций. Для определения границ жаркого пояса используем соотношение  $z = \pm (\varphi - \delta)$ . Если Солнце кульминирует в зените, то  $z = 0$  и  $\varphi = \delta$ . Следовательно, Солнце кульминирует в зените в тех пунктах Земли, где широта равна его склонению. Поскольку склонение Солнца изменяется от  $-23^{\circ}27'$  до  $+23^{\circ}27'$ , то в этих пределах широт размещен жаркий пояс.

В дни равноденствий Солнце кульминирует в зените на экваторе. С 21 марта по 22 июня пункты, в которых Солнце проходит через зенит, перемещаются на север и достигают тропика Рака 22 июня. Затем пункты Земли, в которых Солнце кульминирует в зените, перемещаются на юг, 23 сентября проходят экватор и достигают тропика Козерога 22 декабря. Затем передвижение пунктов, в которых Солнце кульминирует в зените, снова идет к северу. Таким образом, в каждом пункте жаркого пояса Солнце бывает в зените два раза в году, а на границах пояса — по одному разу.

Холодным поясом называют ту часть земной поверхности, где Солнце может быть незаходящим или невосходящим светилом. Условия невосходимости и незаходимости светил определяются неравенством  $|\delta| \geq 90^\circ - |\varphi|$ , откуда  $|\varphi| \geq 90^\circ - |\delta|$ . Поскольку  $|\delta| \leq 23^\circ 27'$ , то  $|\varphi| \geq 66^\circ 33'$ . Следовательно, на север от широты  $66^\circ 33'$  и на юг от южной широты  $66^\circ 33'$  расположены холодные пояса<sup>1</sup>. Границы холодных поясов называются полярными кругами

Умеренными поясами называются области земной поверхности, в которых Солнце ежедневно восходит и заходит, но никогда не бывает в зените. Эти области расположены между тропиками и полярными кругами.

При решении задач часто приходится пользоваться экваториальными координатами Солнца в дни равноденствий и солнцестояний.

Основные эпохи	Примерные даты		$\delta$
День весеннего равноденствия	21 марта	$0^h$	$0^\circ$
День летнего солнцестояния	22 июня	$6^h$	$23^\circ 27'$
День осеннего равноденствия	23 сентября	$12^h$	$0^\circ$
День зимнего солнцестояния	22 декабря	$18^h$	$-23^\circ 27'$

Прямые восхождения Солнца увеличиваются в сутки примерно на 4 минуты. Зная это, можно на любой день с точностью до 8—12 минут определить прямое восхождение Солнца.

Для вычисления приближенного склонения Солнца можно использовать простую таблицу, которую легко держать в памяти.

Изменение $\delta_\odot$ в сутки		
В течение I месяца до и после равноденствия	В течение II месяца до и после равноденствия	В течение I месяца до и после солнцестояния
$0^\circ,4$	$0^\circ,3$	$0^\circ,1$

<sup>1</sup> Эти границы определяются без учета рефракции.

Точные значения экваториальных координат Солнца приводятся в Астрономических календарях, в так называемых эфемеридах Солнца. Так, в переменной части Астрономического календаря ВАГО даются склонения и прямые восхождения Солнца на каждый день. В Школьном астрономическом календаре координаты Солнца приводятся через промежутки в 5 суток.

## У п р а ж н е н и я

1. За какое время Солнце вследствие своего годового движения по эклиптике перемещается на величину своего видимого диска?
2. Определить приближенное значение склонения и прямого восхождения Солнца 29 апреля.
3. Может ли Солнце в Киеве наблюдаться в зените ( $\varphi = 50^{\circ}27'$ )?
4. Определить приближенную границу полярного дня 17 апреля.
5. Определить высоту Солнца в момент кульминации в Киеве в день весеннего равноденствия.
6. Определить высоту Солнца в полночь в Мурманске в день летнего солнцестояния ( $\varphi = 68^{\circ}58'$ ).
7. Какие зодиакальные созвездия наблюдаются перед восходом Солнца в декабре?
8. Определить приближенную границу полярной ночи 15 октября.
9. В какое время года Солнце находится в созвездии Близнецов?
10. Определить высоту Солнца в полдень в Москве в день зимнего солнцестояния ( $\varphi = 55^{\circ}45'$ ).

## § 8. Элементы сферической тригонометрии

Тригонометрию, которая изучается в школьном курсе математики, принято называть плоской, или прямолинейной, тригонометрией. С помощью формул плоской тригонометрии по трем независимым элементам треугольника можно вычислить остальные его элементы. Практическое значение этих вычислений заключается в том, что, измерив только один линейный элемент треугольника, можно вычислять все его линейные элементы, измеряя только углы. Это, в частности, позволяет проводить измерения на земной поверхности.

Однако такие измерения могут быть точными до тех пор, пока они ограничиваются небольшими пространствами на Земле, при которых можно пренебречь кривизной земной поверхности. На больших пространствах земного

шара треугольники уже не имеют плоской поверхности, стороны их искривлены и вместо плоских треугольников появляются *сферические*.

Сферические треугольники имеют ряд особенностей, отличающихся от особенностей плоских треугольников. Сферическая тригонометрия по возрасту старше прямолинейной. Возникла она в связи с необходимостью проводить вычисления на небесной сфере, кривизной которой нельзя пренебречь.

Заметим, что известные из школьного курса математики формулы, определяющие зависимость тригонометрических функций одного и того же аргумента, в сферической тригонометрии сохраняют свою справедливость. Что же касается формул для решения косоугольных треугольников, то в сферической тригонометрии зависимости будут иными.

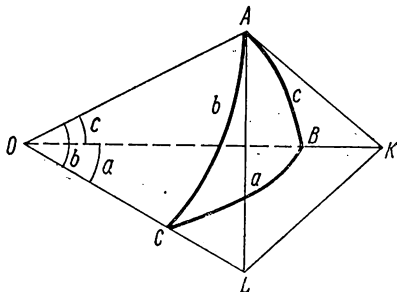


Рис. 21

Подобно тому, как плоские треугольники определяются тремя точками на плоскости, сферические треугольники определяются тремя точками, лежащими на сфере. Соответственно подобно тому, как стороны плоского треугольника являются кратчайшими расстояниями между его вершинами, в сферическом треугольнике дуги окружностей больших кругов, соединяющих его вершины, являются кратчайшими расстояниями между ними.

Таким образом, для сферического треугольника можно принять такое определение. Сферическим треугольником называется система трех точек на поверхности сферы с кратчайшими линиями, соединяющими эти точки.

Заметим, что кратчайшим расстоянием между двумя точками на сфере являются дуги окружностей больших кругов, не превосходящих полуокружности.

Пусть  $O$  — центр сферы, а точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , лежащие на сфере, образуют сферический треугольник (рис. 21). Сторона  $AB$  измеряется углом  $c$ , сторона  $AC$  — углом  $b$ , сторона  $BC$  — углом  $a$ , т. е. стороны в сферическом треугольнике, в отличие от прямолинейных треугольников,

измеряются не в линейных, а в угловых единицах. Иными словами, стороны сферического треугольника численно равняются плоским углам трехгранного угла, проецирующего сферический треугольник из центра сферы.

Углом сферического треугольника называется угол между касательными к его сторонам. Каждый из этих углов не превышает  $180^\circ$ . Поскольку углы между кривыми линиями измеряются углами между касательными, а для окружностей касательные перпендикулярны к радиусам, проведенным

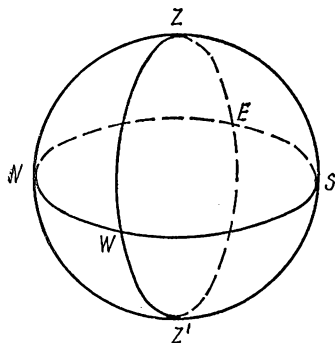


Рис. 22

в точку касания, то углами сферического треугольника можно назвать двугранные углы проецирующего трехгранного угла. Для построения линейного угла достаточно, например, в точке  $A$  (рис. 21) провести касательные к дугам  $AC$  и  $AB$ .

Характерными особенностями сферических треугольников являются следующие:

1. Стороны и углы треугольника не превышают  $180^\circ$ .

2. Три точки на поверхности сферы определяют один и только один треугольник, если никакие две из них не расположены диаметрально друг другу.

Из геометрических свойств трехгранного угла вытекают следующие свойства сферических треугольников:

1. Сумма сторон сферического треугольника находится в пределах  $0 - 360^\circ$ , т. е.  $0^\circ < a + b + c < 360^\circ$ .

2. Сумма углов сферического треугольника находится в пределах  $180 - 540^\circ$ , т. е.  $180^\circ < \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} < 540^\circ$ .

Из этих свойств следует, что сумма углов сферического треугольника не является постоянной, как для плоских треугольников, а зависит от формы треугольников. Можно, например, построить треугольник с двумя и даже тремя прямыми углами. Так, на рис. 22 треугольник, вершинами которого являются три точки юга, запада и зенита, имеет три прямых угла. То же самое можно сказать о других треугольниках на этом рисунке. Можно построить треугольник, у которого два угла будут прямыми, а третий — тупой.

Для вывода первой группы формул сферического треугольника продолжим обе касательные, проведенные из точки  $A$ , до встречи с продолжением радиусов  $OB$  и  $OC$  соответственно в точках  $K$  и  $L$ . Соединив эти точки отрезком  $KL$ , получим плоский косоугольный треугольник  $AKL$ , для которого можно применить известную из школьного курса математики теорему косинусов

$$|KL|^2 = |AK|^2 + |AL|^2 - 2|AK| \cdot |AL| \cos A.$$

Применим эту теорему для плоского треугольника  $OKL$ , принимая во внимание, что  $\widehat{KOL} = a$ :

$$|KL|^2 = |OK|^2 + |OL|^2 - 2|OK| \cdot |OL| \cos a.$$

Левые части этих равенств равны, значит равны и правые части:

$$\begin{aligned} |AK|^2 + |AL|^2 - 2|AK| \cdot |AL| \cos A &= \\ = |OK|^2 + |OL|^2 - 2|OK| \cdot |OL| \cos a. \end{aligned}$$

Разделим почленно левую и правую части этого равенства на  $|OA|^2$ :

$$\begin{aligned} \frac{|AK|^2}{|OA|^2} + \frac{|AL|^2}{|OA|^2} - \frac{2|AK|}{|OA|} \cdot \frac{|AL|}{|OA|} \cos A &= \\ = \frac{|OK|^2}{|OA|^2} + \frac{|OL|^2}{|OA|^2} - \frac{2|OK|}{|OA|} \cdot \frac{|OL|}{|OA|} \cos a. \end{aligned} \quad (8.1)$$

Поскольку отрезки касательных  $AK$  и  $AL$  перпендикулярны к радиусу  $OA$ , то треугольники  $OAL$  и  $OAK$  прямоугольные с прямым углом при вершине  $A$ . Поэтому  $\frac{|AK|}{|OA|} = \operatorname{tg} \widehat{AOK}$ , но  $\widehat{AOK} = c$ , значит  $\frac{|AK|}{|OA|} = \operatorname{tg} c$ , аналогично  $\frac{|AL|}{|OA|} = \operatorname{tg} \widehat{AOL}$ ,  $\widehat{AOL} = b$ ,  $\frac{|AL|}{|OA|} = \operatorname{tg} b$ ,  $\frac{|OK|}{|OA|} = \sec \widehat{AOK}$ , или  $\frac{|OK|}{|OA|} = \sec c$ ,  $\frac{|OL|}{|OA|} = \sec \widehat{AOL}$ , или  $\frac{|OL|}{|OA|} = \sec b$ . Подставляя значения этих отношений в (8.1), получим

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^2 c + \operatorname{tg}^2 b - 2 \operatorname{tg} c \operatorname{tg} b \cos A &= \\ = \sec^2 c + \sec^2 b - 2 \sec c \sec b \cos a, \end{aligned}$$

но  $\sec^2 c = 1 + \operatorname{tg}^2 c$ , следовательно,

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^2 c + \operatorname{tg}^2 b - 2 \operatorname{tg} c \operatorname{tg} b \cos A &= \\ = 2 + \operatorname{tg}^2 c + \operatorname{tg}^2 b - 2 \sec c \sec b \cos a, \end{aligned}$$

откуда

$$-\operatorname{tg} c \operatorname{tg} b \cos A = 1 - \sec c \sec b \cos a,$$

или

$$-\frac{\sin c \sin b \cos A}{\cos c \cos b} = 1 - \frac{\cos a}{\cos c \cos b}.$$

Определяя из этого равенства  $\cos a$ , получим

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A. \quad (8.2)$$

Как видно из полученной формулы, во всяком сферическом треугольнике косинус стороны равен произведению косинусов двух других сторон плюс произведение синусов этих сторон, умноженное на косинус угла между ними. Остальные две формулы этой группы предлагаем читателям вывести самостоятельно.

Пользуясь уже полученной формулой, можно вывести новое соотношение, в которое входят синусы сторон и углов сферического треугольника. Решим уравнение (8.2) относительно  $\cos A$ :

$$\begin{aligned} \cos A &= \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}; \quad \sin^2 A = 1 - \left( \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c} \right)^2, \\ \sin^2 A &= \frac{\sin^2 b \sin^2 c - \cos^2 a + 2 \cos a \cos b \cos c - \cos^2 b \cos^2 c}{\sin^2 b \sin^2 c}. \end{aligned}$$

Разделим обе части этого равенства на  $\sin^2 a$  и заменим в числителе  $\sin^2 b \sin^2 c$  косинусами:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} &= \\ &= \frac{(1 - \cos^2 b)(1 - \cos^2 c) - \cos^2 a + 2 \cos a \cos b \cos c - \cos^2 b \cos^2 c}{\sin^2 b \sin^2 c \sin^2 a}, \end{aligned}$$

или

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cos b \cos c}{\sin^2 a \sin^2 b \sin^2 c}. \quad (8.3)$$

Замечаем, что правая часть (8.3) представляет собой выражение, симметричное относительно  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Легко увидеть, что, выполнив подобные преобразования для остальных двух формул первой группы, в правой части получили бы такие же выражения. Следовательно,

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 b} = \frac{\sin^2 C}{\sin^2 c}.$$

Поскольку каждая сторона сферического треугольника и каждый его угол в отдельности не превышает  $180^\circ$ , все синусы сторон и дуг являются положительными числами. Поэтому из равенства квадратов отношений следует равенство самих отношений:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}. \quad (8.4)$$

Итак, во всяком сферическом треугольнике отношения синусов сторон равны отношениям синусов противоположных им углов. Формулы (8.4) напоминают теорему синусов для плоских треугольников, где стороны треугольников пропорциональны синусам противолежащих углов.

Выведенные формулы первой и второй групп связывают по четыре элемента сферического треугольника. Третья группа формул связывает пять элементов.

Для выведения формул этой группы выпишем две формулы первой группы:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A;$$

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B,$$

и вместо  $\cos a$  во вторую формулу подставим правую часть из первой формулы:

$$\cos b = (\cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A) \cos c + \sin a \sin c \cos B;$$

$$\cos b = \cos b \cos^2 c + \sin b \sin c \cos c \cos A + \sin a \sin c \cos B;$$

$$\cos b (1 - \cos^2 c) = \sin b \sin c \cos c \cos A + \sin a \sin c \cos B;$$

$$\cos b \sin^2 c = \sin b \sin c \cos c \cos A + \sin a \sin c \cos B,$$

сокращая на  $\sin c$ , получим

$$\cos b \sin c = \sin b \cos c \cos A + \sin a \cos B,$$

откуда

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A. \quad (8.5)$$

Из этой формулы следует, что во всяком сферическом треугольнике произведение синуса стороны на косинус прилежащего угла равно произведению косинуса противолежащей этому углу стороны на синус третьей стороны минус произведение синуса противоположной к тому же углу стороны на косинус третьей стороны, умноженное на косинус угла между этими сторонами.

Предлагаем читателям самостоятельно вывести остальные пять формул этой группы.



Подобные соотношения можно вывести и для углов сферического треугольника. Для этого рассмотрим так называемый полярный треугольник. Проведем на сфере большие круги, для которых вершины сферического треугольника  $A, B$  и  $C$  будут полюсами. Такие круги можно назвать экваторами точек  $A, B$  и  $C$ . Так, на рис. 23  $B'C'$  — экватор точки  $A$ ,  $A'C'$  — экватор точки  $B$ ,  $A'B'$  — экватор точки  $C$ . Обозначим стороны полученного полярного треугольника  $A'B'C'$  через  $a', b', c'$ . Легко заметить, что сферические треугольники  $ABC$  и  $A'B'C'$  будут взаимно полярными.

$BC$  будет экватором точки  $A'$ ,  $AC$  — экватором точки  $B'$ ,  $AB$  — экватором точки  $C'$

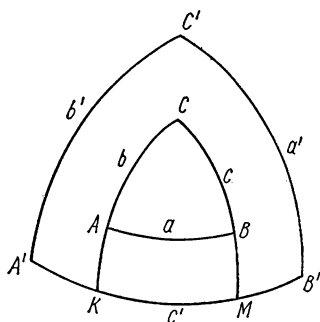


Рис. 23

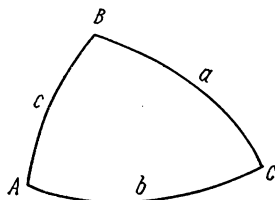


Рис. 24

Продолжим  $CA$  и  $CB$  до пересечения с  $A'B'$  в точках  $K$  и  $M$ .  $A'M = 90^\circ$ ,  $B'K = 90^\circ$ . Поскольку  $C$  — полюс  $A'B'$ , то дуга  $KM$  численно равна углу  $C$ , следовательно,  $A'K + C = 90^\circ$ ,  $A'K = 90^\circ - C$ ;  $c' = A'B' = A'K + KB' = 90^\circ - C + 90^\circ$ , откуда  $c' + C = 180^\circ$ .

Аналогично устанавливается связь между остальными элементами двух взаимно полярных треугольников:

$$\begin{aligned} a' + A &= 180^\circ; & a + A' &= 180^\circ; \\ b' + B &= 180^\circ; & b + B' &= 180^\circ; \\ c' + C &= 180^\circ; & c + C' &= 180^\circ. \end{aligned} \quad (8.6)$$

Применяя к полярному треугольнику  $A'B'C'$  формулу пяти элементов (8.5), получим

$$\sin a' \cos B' = \cos b' \sin c' - \sin b' \cos c' \cos A',$$

или

$$\begin{aligned} \sin(180^\circ - A) \cos(180^\circ - b) &= \cos(180^\circ - B) \sin(180^\circ - C) - \\ &- \sin(180^\circ - B) \cos(180^\circ - C) \cos(180^\circ - a), \\ &- \sin A \cos b = -\cos B \sin C - \sin B \cos C \cos a, \end{aligned}$$

или

$$\sin A \cos b = \cos B \sin C + \sin B \cos C \cos a. \quad (8.7)$$

Таких формул можно выписать еще пять.

В ряде задач сферической астрономии приходится встречаться с прямоугольными сферическими треугольниками, для которых выведенные формулы упрощаются.

Рассмотрим сферический треугольник, у которого угол  $A=90^\circ$  (рис. 24). Положив в формуле (8.5)  $A=90^\circ$ , получим

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c.$$

Разделим обе части полученного равенства на  $\sin b$ :

$$\frac{\sin a \cos B}{\sin b} = \frac{\cos b \sin c}{\sin b},$$

но  $\frac{\sin a}{\sin b} = \frac{\sin A}{\sin B}$ , что следует из (8.4). Заменяя отношение синусов сторон отношением синусов углов, получим  $\frac{\sin A}{\sin B} \cos B = \frac{\sin c \cos b}{\sin b}$ , но  $\sin A = 1$ , следовательно,  $\frac{1}{\operatorname{tg} B} = \frac{\sin c}{\operatorname{tg} b}$ , откуда

$$\operatorname{tg} b = \sin c \operatorname{tg} B, \quad (8.8)$$

т. е. тангенс катета в прямоугольном сферическом треугольнике равен произведению синуса второго катета, умноженному на тангенс угла, противолежащего первому катету.

Другие формулы для прямоугольных сферических треугольников предполагаем читателям вывести в виде упражнений, помещенных в конце этого параграфа.

### У п р а ж н е н и я

1. В прямоугольном сферическом треугольнике угол  $A$  прямой. Доказать, что  $\sin a = \frac{\sin b}{\sin B}$ .

2. В прямоугольном сферическом треугольнике угол  $A=90^\circ$ . Доказать, что справедлива формула  $\cos a = \cos b \cos c$ .

3. Доказать, что в прямоугольном сферическом треугольнике тангенс катета равен произведению тангенса гипотенузы на косинус острого угла, прилежащего к этому катету.

4. Произведя замену букв в формуле (8.7), записать остальные пять формул этой группы.

5. Доказать, что для прямоугольного сферического треугольника, у которого  $C=90^\circ$ , справедливо соотношение

$$\sin c \cos A = \cos a \sin b.$$

6. Зная, что стороны треугольника, полярного с данным, равны  $180^\circ - A$ ,  $180^\circ - B$ ,  $180^\circ - C$ , а углы равны  $180^\circ - a$ ,  $180^\circ - b$ ,  $180^\circ - c$ , получить с помощью формул (8.2) формулы для  $\cos A$ ,  $\cos B$ ,  $\cos C$ .

7. Пользуясь решением предыдущего упражнения, доказать, что в прямоугольном сферическом треугольнике косинус гипотенузы равен произведению котангенсов прилежащих к ней углов.

8. Доказать, что в прямоугольном сферическом треугольнике косинус острого угла равен произведению косинуса противоположной стороны на синус второго острого угла. Указание: использовать решение упражнений 1, 2 и 3.

## § 9. Параллактический треугольник

Построим на небесной сфере треугольник, вершинами которого являются полюс мира  $P$ , зенит  $Z$  и светило  $M$ . Такой треугольник называется *параллактическим*. Определим стороны и углы этого треугольника. Сторона  $PZ = 90^\circ - \varphi$ , где  $\varphi$  — широта, равная расстоянию полюса  $P$  от горизонта; сторона  $MP = 90^\circ - \delta$ , поскольку  $mM = \delta$ , а  $ZM = z$ . Угол при полюсе  $P$  есть часовой угол  $t$ , а угол при зените  $Z$ , как видно из рис. 25, равен  $180^\circ - A$ . На нашем рисунке светило  $M$  расположено на запад от небесного меридиана; если бы оно было расположено на восток от него, то угол при полюсе был бы равен  $360^\circ - t$ , а при зените  $A = 180^\circ$ . Угол  $p$  при вершине  $M$  называется параллактическим углом.

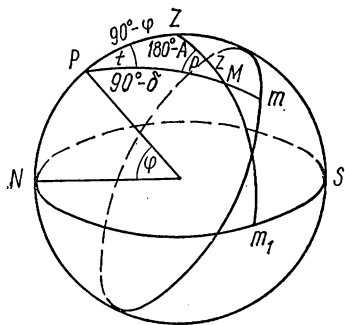


Рис. 25

С помощью параллактического треугольника можно вывести формулы перехода от одной системы координат к другой.

Пусть требуется определить экваториальные координаты светила  $\delta$  и  $t$ , когда известны его горизонтальные координаты  $A$  и  $z$ . Для выведения формул преобразования применим формулы сферической тригонометрии для стороны  $90^\circ - \delta$  и угла  $t$ :

Пусть требуется определить экваториальные координаты светила  $\delta$  и  $t$ , когда известны его горизонтальные координаты  $A$  и  $z$ . Для выведения формул преобразования применим формулы сферической тригонометрии для стороны  $90^\circ - \delta$  и угла  $t$ :

$$\begin{aligned} \cos(90^\circ - \delta) &= \cos(90^\circ - \varphi) \cos z + \\ &+ \sin(90^\circ - \varphi) \sin z \cos(180^\circ - A); \\ \frac{\sin(90^\circ - \delta)}{\sin(180^\circ - A)} &= \frac{\sin z}{\sin t}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin(90^\circ - \delta) \cos t &= \cos z \sin(90^\circ - \varphi) - \\ &- \sin z \cos(90^\circ - \varphi) \cos(180^\circ - A).\end{aligned}$$

После преобразования получим:

$$\begin{aligned}\sin \delta &= \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A; \\ \cos \delta \sin t &= \sin z \sin A; \\ \cos \delta \cos t &= \cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin z \cos A.\end{aligned}\quad (9.1)$$

Для вычисления  $\delta$  и  $t$  с помощью логарифмических таблиц можно привести эти формулы к логарифмическому виду с помощью вспомогательных величин  $m$  и  $M$ .

Положим

$$\begin{aligned}\cos z &= m \cos M; \\ \sin z \cos A &= m \sin M, \quad m > 0.\end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned}\sin \delta &= m \sin \varphi \cos M - m \cos \varphi \sin M = \\ &= m (\sin \varphi \cos M - \cos \varphi \sin M); \\ \cos \delta \sin t &= \sin z \sin A; \\ \cos \delta \cos t &= m \cos \varphi \cos M + m \sin \varphi \sin M = \\ &= m (\cos \varphi \cos M + \sin \varphi \sin M)\end{aligned}$$

и формулы (9.1) принимают вид:

$$\begin{aligned}\sin \delta &= m \sin(\varphi - M); \\ \cos \delta \sin t &= \sin z \sin A; \\ \cos \delta \cos t &= m \cos(\varphi - M).\end{aligned}\quad (9.2)$$

Сперва по заданным  $z$  и  $A$  вычисляем  $m$ ,  $M$  и  $\varphi - M$ , затем, разделив второе уравнение (9.2) на третье, определяем  $t$  по тангенсу:

$$\operatorname{tg} t = \frac{\sin z \sin A}{m \cos(\varphi - M)}.\quad (9.3)$$

Если  $t > 45^\circ$ , то для вычисления  $\delta$  по тангенсу лучше делить первое равенство (9.2) на второе, так как неточность слабее отразится на синусе. При  $t < 45^\circ$  для вычисления  $\delta$  лучше первое делить на третье.

Выведенные нами в § 6 формулы для моментов кульминаций могут быть получены из (9.1), что и предлагаем сделать читателям самостоятельно.

Пусть требуется определить горизонтальные координаты светила  $z$  и  $A$ , если известны его экваториальные

координаты  $\delta$  и  $t$ . Применим те же формулы сферической тригонометрии для стороны  $z$  и угла  $180^\circ - A$ :

$$\begin{aligned}\cos z &= \cos(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \varphi) + \\ &+ \sin(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \varphi) \cos t; \\ \frac{\sin z}{\sin t} &= \frac{\sin(90^\circ - \delta)}{\sin(180^\circ - A)}; \\ \sin z \cos(180^\circ - A) &= \cos(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \varphi) - \\ &- \sin(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \varphi) \cos t.\end{aligned}$$

После преобразования получим:

$$\begin{aligned}\cos z &= \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t; \\ \sin z \sin A &= \sin t \cos \delta; \\ -\sin z \cos A &= \sin \delta \cos \varphi - \cos \delta \sin \varphi \cos t.\end{aligned}\quad (9.4)$$

Для приведения к логарифмическому виду положим

$$\begin{aligned}\sin \delta &= n \sin N; \\ \cos \delta \cos t &= n \cos N, \quad \text{где } n > 0; \\ \cos z &= n (\sin \varphi \sin N + \cos \varphi \cos N); \\ \sin z \sin A &= \sin t \cos \delta; \\ \sin z \cos A &= n (\sin \varphi \cos N - \cos \varphi \sin N).\end{aligned}$$

После преобразования формулы принимают вид:

$$\begin{aligned}\cos z &= n \cos(\varphi - N); \\ \sin z \sin A &= \cos \delta \sin t; \\ \sin z \cos A &= n \sin(\varphi - N).\end{aligned}\quad (9.5)$$

Эти формулы дают возможность вычислять положение светила на небесной сфере по отношению к горизонту. Составленная таблица значений азимутов и высот через равные промежутки времени называется *суточной эфемеридой светила*.

Заметим, что при вычислении угла по тангенсу нужно из двух решений выбрать то, которое соответствует данным. Для этого необходимо установить, в каком квадранте следует взять азимут. Азимут устанавливают по знакам произведений  $\sin z \sin A$  и  $\sin z \cos A$ , учитывая, что  $\sin z$  всегда положителен.

Формулы (9.4) также позволяют получить выведенные нами в § 6 формулы для высот светил в моменты кульминаций. Читатели сами смогут получить эти, уже известные им формулы в порядке упражнений.

С помощью наблюдений определяют координаты в одной системе, а применение выведенных формул позволяет перейти к другой системе.

В астрономических обсерваториях имеются специальные инструменты, позволяющие определять либо горизонтальные, либо экваториальные координаты светил.

### У п р а ж н е н и я

1. С помощью формулы  $\cos \delta \cos t = \cos z \cos \varphi + \sin z \sin \varphi \cos A$  вывести формулы для зенитного расстояния светила в момент нижней кульминации.

2. С помощью этой же формулы вывести формулу для определения зенитного расстояния светила в момент верхней кульминации на север от зенита.

3. Пользуясь формулой  $\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A$ , вывести формулу для зенитного расстояния светила в момент верхней кульминации на юг от зенита.

4. Используя формулу  $\cos z = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t$ , вывести формулы для определения высоты светила в момент верхней кульминации.

5. Пользуясь условием предыдущей задачи, вывести формулу для определения высоты светила в момент нижней кульминации.

6. Показать, что формулы перехода от горизонтальных координат к экваториальным сохраняют свой вид, если светило  $M$  будет находиться на восток от меридиана.

7. Показать, что формулы перехода от экваториальных координат к горизонтальным сохраняют свой вид, если светило  $M$  расположено на восток от меридиана.

8. Через сколько времени после своей верхней кульминации Солнце будет находиться на высоте  $h = 35^\circ$  в Киеве, если склонение Солнца в этот день равно  $23^\circ 12'$ ? Широта Киева  $50^\circ 27'$ .

9. Вычислить зенитное расстояние и азимут звезды Регул в Москве в момент, когда ее часовой угол  $t = 19^h 19^m 6^s$ . Склонение Регула  $\delta = 12^\circ 5'$ . Широта Москвы  $55^\circ 46'$

## Г л а в а II

### ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕНИ

#### § 10. Основы измерения времени

Время — одна из основных форм существования материи, заключающаяся в закономерной координации сменяющих друг друга явлений. «В мире нет ничего, кроме движущейся материи, и движущаяся материя не может двигаться иначе, как в пространстве и во времени»<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 18, с. 181.

Время существует объективно и неразрывно связано с движущейся материей.

В основу измерения больших и малых промежутков времени еще в глубокой древности были положены астрономические явления, обусловленные движением небесных светил.

Жизнь человеческого общества связана с временем и регулируется им. Издавна люди вели счет времени, наблюдая такие явления в природе, которые периодически повторяются. К таким явлениям относятся смена дня и ночи, смена лунных фаз и смена времен года. Все эти явления обусловлены вращением Земли вокруг своей оси и движением Земли вокруг Солнца.

Из всех периодических явлений, которые могут быть положены в основу измерения времени, наиболее доступным для наблюдений является движение Земли вокруг оси, которое наблюдается в виде движения небесной сферы с востока на запад. Естественно, что в качестве единицы измерения времени удобно выбрать промежуток, в течение которого небесная сфера совершает полный оборот вокруг своей оси. Для фиксации этого промежутка времени необходимо выбрать на небесной сфере неподвижный объект, жестко связанный с небесной сферой. Однако на небесной сфере нет абсолютно неподвижных объектов. Все светила, видимые на небесной сфере, имеют свои собственные движения, изменяющие со временем их положение. В качестве ориентиров в астрономии выбирают объекты, движение которых хорошо известно. Если таким ориентиром взять точку весеннего равноденствия, то мы приходим к понятию *звездного* времени, если же в качестве ориентира принять центр видимого Солнца, то мы приходим к понятию *солнечного* времени. Таким образом, в астрономии применяются два рода времени — *звездное* и *солнечное*.

Исходным, начальным моментом исчисления времени считается момент прохождения выбранного ориентира через меридиан пункта наблюдения. Угол поворота небесной сферы после прохождения светила через меридиан пункта наблюдения служит мерой времени, протекшего с момента этого начального положения.

Для измерения больших промежутков времени сутки не всегда являются удобной единицей измерения. Вот почему издавна у различных народов возникали системы счисления продолжительных промежутков времени, исполь-

зовавшие периодичность явлений, проявлявшихся в видимом движении Луны, в смене ее фаз и в годичном движении Солнца. Так возникли длительные единицы времени — месяцы, годы, столетия. Системы счисления длительных промежутков времени принято называть *календарем*.

## § 11. Звездное время

*Звездными сутками* называется промежуток времени между двумя последовательными верхними (или нижними) кульминациями точки весеннего равноденствия на одном и том же меридиане.

Точка весеннего равноденствия вследствие так называемой прецессии очень медленно передвигается по небесному экватору. Поэтому, строго говоря, звездные сутки не равны промежутку времени, в течение которого Земля совершает полный оборот вокруг своей оси.

Если считать перемещение точки весеннего равноденствия по экватору равномерным, а оно в действительности очень мало отличается от равномерного, то звездные сутки окажутся короче периода вращения Земли вокруг оси на 0,001 звездной секунды. Поэтому с большой степенью точности звездные сутки можно считать постоянным промежутком времени.

За начало звездных суток выбирается момент верхней кульминации точки весеннего равноденствия. Поскольку часовые углы измеряются от небесного меридиана на запад, то часовой угол точки весеннего равноденствия, выраженный в единицах времени, в каждый момент определяет звездное время  $s$ .

Звездные сутки делятся на 24 звездных часа ( $^h$ ), звездный час делится на 60 звездных минут ( $^m$ ), звездная минута делится на 60 звездных секунд ( $^s$ ). Таким образом, звездные сутки содержат 86400 звездных секунд.

Принимая звездные сутки за период вращения Земли вокруг своей оси, легко определить угловую скорость Земли:

$$\omega = \frac{2\pi}{86400 \text{ звезд. с.}} \text{ рад.}$$

Поскольку точка весеннего равноденствия на небе ничем не обозначена и вблизи нее нет яркого светила, непосредственное измерение часовых углов этой точки



затруднено. Однако простая связь между звездным временем, часовым углом светила и его прямым восхождением дает возможность определить звездное время.

Пусть светило  $M$  после кульминации отошло от меридиана на угол  $t$ . Прямое восхождение этого светила  $\alpha$ , как видно из рис. 26, определяется дугой  $\gamma m$ . Поскольку звездное время равно часовому углу точки весеннего равноденствия, то  $s = A\gamma$ , но  $A\gamma = t + \alpha$ , следовательно,

$$s = \alpha + t. \quad (11.1)$$

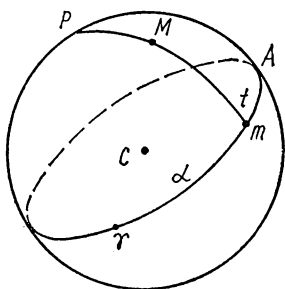


Рис. 26

Звездное время  $s$  равно прямому восхождению любого светила плюс его часовой угол.

Когда светило находится в верхней кульминации, то  $t = 0$ , следовательно,  $s = \alpha$ . Отсюда можно сделать вывод, что звездное время в каждый момент равно прямому восхождению звезд, находящихся в верхней кульминации. Таким образом, для определения звездного времени нужно знать прямые восхождения кульминирующих

звезд. Иными словами, звездное небо представляет собой гигантский циферблат звездных часов, на которых вместо цифр находятся звезды с известными прямыми восхождениями. В отличие от обычных часов, в которых циферблат неподвижен, а движутся стрелки, в «небесных звездных часах» движется циферблат, а стрелка, которой служит небесный меридиан, остается неподвижной.

Звездное время оказывается неудобным в повседневной практической жизни. Дело в том, что в различные времена года начало звездных суток приходится на разные моменты солнечных суток, начало которых исчисляются от нижней кульминации Солнца. Так, например, в день весеннего равноденствия, когда Солнце будет находиться в точке весеннего равноденствия, начало звездных суток будет совпадать с полуднем, а через полгода, когда Солнце будет в точке осеннего равноденствия, начало звездных суток совпадет с полночью. В течение года показания звездных часов не будут согласовываться с явлениями восхода и захода Солнца. Поэтому звездным временем пользуются только для научных целей.

Рассмотрим определение звездного времени восхода и захода светил с известным склонением  $\delta$ . Для этого используем первую формулу (9.4), полученную нами при выводе формул перехода от экваториальных координат к горизонтальным:

$$\cos z = \cos \delta \cos \varphi + \sin \delta \sin \varphi \cos t.$$

В момент восхода и захода светила  $z = 90^\circ$ , следовательно,

$$0 = \cos \delta \cos \varphi + \sin \delta \sin \varphi \cos t,$$

или

$$\cos t = -\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi. \quad (11.2)$$

Зная склонение светила  $\delta$  и широту  $\varphi$ , можно вычислить два значения  $t$ . Положительное значение  $t$  даст нам часовой угол захода, а отрицательное — восхода. Затем по формуле (11.1) вычислим звездное время восхода и захода.

Из формулы (11.2) легко убедиться, что часовой угол, а значит, и звездное время восхода и захода светила на данной широте зависят только от склонения. Поскольку склонение звезд в течение длительного времени заметно не изменяется, то в каждом пункте Земли одни и те же звезды заходят и восходят по звездным часам в одно и то же время. Если же светила в течение времени меняют свое склонение, то звездное время восхода и захода их в течение года будет изменяться. К таким светилам относятся Солнце, Луна и планеты.

### У п р а ж н е н и я

1. Определить звездное время в момент, когда часовой угол Веги равен  $4^h 15^m$ . Прямое восхождение Веги  $\alpha = 18^h 36^m 05^s$ .
2. Определить часовой угол звезды с прямым восхождением  $13^h 40^m$  в момент, когда звездные часы показывают  $22^h 41^m$ .
3. В  $9^h 15^m 26^s$  по звездному времени часовой угол звезды Бетельгейзе был равен  $3^h 21^m 37^s$ . Чему равно прямое восхождение звезды?
4. Определить звездное время в момент верхней кульминации звезды Сириус. Прямое восхождение Сириуса  $\alpha = 6^h 44^m 3^s$ .
5. Чему равно звездное время в момент нижней кульминации Альтаира? Прямое восхождение Альтаира  $\alpha = 19^h 49^m 34^s$ .
6. Какой интервал звездного времени проходит от нижней кульминации Капеллы ( $\alpha = 5^h 14^m 50^s$ ) до верхней кульминации Веги ( $\alpha = 18^h 36^m 05^s$ )?
7. В какой части неба находится светило с прямым восхождением  $\alpha = 4^h$ , когда звездные часы показывают 10 часов?

8. Какой часовой угол имеет Капелла в момент верхней кульминации Веги? Данные см. в задаче 6.

9. Какие  $\alpha$  и  $\delta$  должны иметь две звезды, которые в  $7^h35^m$  звездного времени кульминировали бы в Москве ( $\varphi = 55^\circ45'$ ) на зенитном расстоянии  $z = 40^\circ$  одна к югу, другая к северу от зенита?

10. Определить звездное время восхода и захода звезды  $\epsilon$  Близнецов ( $\alpha = 6^h42^m24^s$ ,  $\delta = 25^\circ9'$ ) в Москве ( $\varphi = 55^\circ45'$ ).

## § 12. Солнечное время

Измерение солнечного времени основано на суточном движении Солнца. Моменты верхней и нижней кульминаций центра видимого солнечного диска соответственно называются истинным полднем и истинной полночью.

За начало истинных солнечных суток на данном меридиане по аналогии с началом звездных суток удобно принять момент верхней кульминации центра Солнца. Тогда истинное солнечное время в каждый момент будет равно часовому углу истинного Солнца. Такой счет солнечного времени принято называть астрономическим. В гражданском обиходе удобнее начало суток отсчитывать от полуночи. Поэтому гражданское истинное солнечное время отличается от астрономического на 12 часов.

Принято считать, что гражданский счет дней опережает астрономический на 12 часов, поэтому гражданское истинное солнечное время равно часовому углу центра истинного Солнца, увеличенному на 12 часов:

$$m_{\odot} = t_{\odot} + 12^h. \quad (12.1)$$

Истинные солнечные сутки не равны звездным суткам вследствие движения Солнца по эклиптике. В этом можно убедиться на таком примере. В день весеннего равноденствия, когда Солнце проходит через точку весеннего равноденствия, оно будет кульминировать почти одновременно с точкой весеннего равноденствия. Следовательно, начало истинных солнечных суток и звездных суток будут почти совпадать. Но на следующий день вследствие движения Солнца по эклиптике на восток Солнце и точка весеннего равноденствия уже не будут кульминировать одновременно. Сперва произойдет кульминация точки весеннего равноденствия, т. е. закончатся звездные сутки, а затем будет кульминировать Солнце.

Разность во времени продолжительности истинных солнечных суток и звездных суток составляет около 4 минут, т. е. истинные солнечные сутки длиннее звездных суток.

Однако истинные солнечные сутки не могут служить единицей измерения, поскольку их продолжительность в течение года неодинакова вследствие неравномерности движения Солнца по эклиптике. С 21 марта по 23 сентября, за 186 суток, Солнце проходит по эклиптике половину своего годичного пути. Остальную половину, с 23 сентября по 21 марта, оно проходит за 179 суток. Это обусловлено неравномерностью движения Земли вокруг Солнца, следствием которого есть движение Солнца по эклиптике.

Таким образом, в зимнее время Солнце быстрее перемещается по эклиптике и продолжительность истинных солнечных суток будет больше, чем в летнее время. Но неравномерность движения Солнца по эклиптике не единственная причина неравенства истинных солнечных суток в течение года. Если бы Солнце двигалось по эклиптике равномерно, истинные солнечные сутки все равно не были бы одинаковы, поскольку Солнце движется по эклиптике, а часовые углы отсчитываются по экватору. Так как эклиптика наклонена к экватору, то проекции одинаковых отрезков дуг эклиптики на экватор не будут равны между собой. Около точек осеннего и весеннего равноденствий проекции меньше самих дуг, а около точек солнцестояния, где эклиптику можно считать параллельной экватору, дуги и их проекции будут почти равны.

Поскольку для практической деятельности человека необходимо равномерное течение времени, астрономы ввели так называемое *среднее солнечное время*.

В качестве точки, определяющей течение среднего времени, принимают так называемое среднее экваториальное Солнце. Это воображаемая точка, движущаяся по экватору равномерно в ту же сторону, в какую Солнце движется по эклиптике. Полный оборот по экватору это воображаемое среднее Солнце совершает за тот же период, за который истинное Солнце делает полный оборот по эклиптике. Четыре раза в год прямые восхождения среднего и истинного Солнца бывают равны.

*Средними солнечными сутками* называется промежуток времени между двумя верхними (или нижними) кульминациями среднего Солнца. Момент верхней кульминации

среднего Солнца называется *средним полуднем*, а момент нижней кульминации — *средней полночью*.

Астрономический счет среднего солнечного времени идет от верхней кульминации Солнца. Поэтому астрономическое среднее солнечное время равно часовому углу среднего Солнца. Гражданский счет среднего солнечного времени ведут от нижней кульминации среднего Солнца. В дальнейшем под средним солнечным временем мы будем подразумевать гражданское солнечное время.

Средние солнечные сутки, подобно звездным суткам, делятся на 24 средних часа, каждый час делится на 60 средних минут, каждая минута — на 60 средних секунд. Звездные сутки короче средних солнечных суток на  $3^m56^s$ , 555 в звездном времени. Поэтому звездное время постоянно опережает среднее солнечное время примерно на  $3^m56^s$ .

Среднее солнечное время  $m$  на данном меридиане в любой момент равно часовому углу среднего Солнца  $t_{\text{cp}}$ , выраженному в часовой мере и увеличенному на 12 часов:

$$m = t_{\text{cp}} + 12^h. \quad (12.2)$$

Между истинным и средним солнечным временем существует связь. Пусть  $s$  — звездное время на данном меридиане,  $t_{\odot}$  — часовой угол истинного Солнца, а  $\alpha_{\odot}$  — его прямое восхождение. Применяя формулу (11.1), получим

$$s = \alpha_{\odot} + t_{\odot}.$$

Такое же соотношение можно написать для прямого восхождения среднего Солнца  $\alpha$  и его часового угла  $t_{\text{cp}}$ :

$$s = \alpha + t_{\text{cp}},$$

откуда  $\alpha_{\odot} + t_{\odot} = \alpha + t_{\text{cp}}$ , или

$$t_{\text{cp}} - t_{\odot} = \alpha_{\odot} - \alpha. \quad (12.3)$$

Эта разность часовых углов среднего экваториального Солнца и истинного Солнца обозначается буквой  $\eta$  и называется *уравнением времени*

$$t_{\text{cp}} - t_{\odot} = \eta. \quad (12.4)$$

Из (12.2) и (12.3) следует  $m - m_{\odot} = t_{\text{cp}} - t_{\odot}$ , или  $m - m_{\odot} = \eta$ , откуда

$$m = m_{\odot} + \eta, \quad (12.5)$$

то есть уравнение времени — это количество минут и секунд,

которые нужно прибавить к истинному солнечному времени, чтобы получить среднее время.

Уравнение времени дается на каждый день в астрономических календарях. Изменение уравнения времени показано на рис. 27. Четыре раза в год, около 15 апреля, 14 июня, 1 сентября и 24 декабря,  $\eta = 0$ . В эти дни прямые восхождения среднего Солнца и истинного Солнца равны. Около 3 ноября уравнение времени по абсолютной величине достигает наибольшего значения ( $\eta \approx -16^m30^s$ ).

Истинное солнечное время, измеряемое часовым углом Солнца, могут показывать только солнечные часы. По сво-

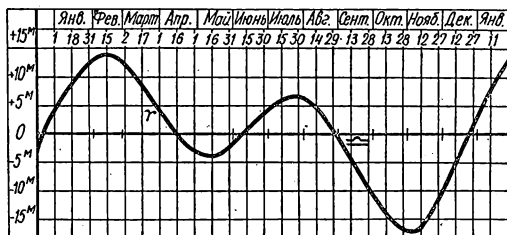


Рис. 27

ему устройству они могут быть горизонтальными, вертикальными и экваториальными. Во всех таких часах стержень, отбрасывающий тень, всегда направлен к полюсу мира. В Древнем Египте, в Греции и Риме широкое распространение имели горизонтальные часы с вертикальным гномоном. Будучи освещен Солнцем, вертикальный гномон отбрасывает тень, по величине и положению которой можно судить о времени дня. Конец тени в течение дня описывает некоторую гиперболу. Подробно об этом рассказано в книге М. В. Потоцкого «Аналитическая геометрия на плоскости». М., Учпедгиз, 1956.

Для определения среднего времени к показанию солнечных часов прибавляют уравнение времени со своим знаком на данный день года.

### У п р а ж н е н и я

1. На сколько звездные часы опережают часы, идущие по среднему солнечному времени, за  $7^h30^m$  среднего солнечного времени?
2. Какова будет длина звездных суток, выраженная в средних солнечных сутках?

3. Какова будет длина средних солнечных суток, выраженная в звездных сутках?

4. Выразить 1465 звездных суток в средних солнечных сутках.

5. Выразить 1465 средних солнечных суток в звездных сутках.

6. Определить среднее солнечное время в момент, когда солнечные часы показывают 15 часов. Уравнение времени в этот день  $\eta = -3^m30^s$

7. Подсчитать приближенное звездное время в среднюю полночь 1 апреля.

8. Подсчитать приближенно звездное время 27 декабря в 15 часов среднего местного времени.

9. За сколько времени звездные часы уходят вперед против средних за 1 секунду?

10. Как часто совпадают удары звездного и среднего хронометров, отбивающих полусекунды?

### § 13. Связь между единицами звездного и среднего времени

Многочисленными наблюдениями моментов прохождения Солнца через точку весеннего равноденствия, разделенных большими промежутками времени, установлено, что два таких последовательных прохождения происходят через 365,2422 средних солнечных суток. Такой же промежуток времени принимается между двумя последовательными прохождениями среднего Солнца через точку весеннего равноденствия. Этот промежуток времени называется *тропическим годом*.

При движении среднего Солнца по экватору его прямое восхождение ежедневно увеличивается на

$$\frac{360^\circ}{365,2422} = \frac{24^h}{365,2422} = 3^m56^s,5554.$$

Пусть в день весеннего равноденствия Солнце и точка весеннего равноденствия одновременно кульминировали на каком-то меридиане. Через сутки среднее Солнце сместится к востоку на  $3^m56^s,555$  и будет кульминировать позднее точки весеннего равноденствия. Небесной сфере потребуется некоторый дополнительный поворот, чтобы Солнце прошло через меридиан. Иными словами, как мы уже указывали, солнечные сутки длиннее звездных на  $3^m56^s,555$ .

Легко понять, что вследствие этого среднее Солнце в тропическом году будет иметь на одну верхнюю кульминацию меньше, чем точка весеннего равноденствия. Поэтому в тропическом году будет 366,2422 звездных суток.

Таким образом, 365,2422 средних солнечных суток содержат 366,2422 звездных суток. Отсюда следует, что

$$1 \text{ средние сутки} = \frac{366,2422}{365,2422} \text{ звездных суток,}$$

или  $1 \text{ средние сутки} = 1,002738 \text{ звездных суток} = 24^h + 3^m 56^s,5554 \text{ звездного времени}$ . Отсюда следует, что  $1^h \text{ среднего времени} = 1^h + 9^s,8565 \text{ звездного времени}$ ,  $1^m \text{ среднего времени} = 1^h + 0^s,1642 \text{ звездного времени}$ .

Аналогично  $1 \text{ звездные сутки} = \frac{365,2422}{366,2422} \text{ средних суток}$ , или  $1 \text{ звездные сутки} = 0,997270 \text{ средних суток} = 24^h - 3^m 55^s,91 \text{ среднего времени}$ . Отсюда следует, что  $1 \text{ час звездного времени} = 1^h - 9^s,8296 \text{ среднего времени}$ ,  $1 \text{ минута звездного времени} = 1^m - 0^s,1648 \text{ среднего времени}$ .

Пусть интервал времени, прошедший от средней полуночи и выраженный в единицах среднего времени  $T$ , требуется выразить в единицах звездного времени. Из уравнения

$$\frac{s}{T} = \frac{366,2422}{365,2422}$$

найдем 
$$s = \left(1 + \frac{1}{365,2422}\right) T.$$

Обозначим  $\frac{1}{365,2422} = \mu$ . В единицах звездного времени  $\mu = 3^m,56^s,5554$  за сутки. В час эта поправка составляет  $9^s,8565$ , в минуту  $0^s,1642$ , в секунду  $0^s,0027$ . Получим  $s = (1 + \mu)T$ , или

$$s = T + \mu T. \quad (13.1)$$

Поправка  $\mu$  всегда прибавляется. Для преобразования интервала времени, выраженного в единицах звездного времени, в единицы среднего времени составим соотношение

$$\frac{T}{s} = \frac{365,2422}{366,2422},$$

или  $T = \left(1 - \frac{1}{366,2422}\right) s$ . Принимая  $\frac{1}{366,2422} = \nu$ , найдем  $T = (1 - \nu)s$ , или

$$T = s - \nu s. \quad (13.2)$$

В единицах среднего времени  $\nu = 3^m 55^s,91$  за сутки. За час эта поправка составляет  $9^s,8296$ , за минуту  $0^s,1638$ , за секунду  $0^s,0027$ . Поправка  $\nu$  всегда вычитается.

При приближенных подсчетах поправки  $\mu$  и  $\nu$  можно считать одинаковыми и принимать поправку за сутки в  $4^m$  и за час  $10^s$ .



В астрономических календарях и справочниках даются таблицы, позволяющие быстро преобразовывать интервалы звездного времени в интервалы среднего времени и интервалы среднего времени в интервалы звездного времени.

### У п р а ж н е н и я

1. Выразить интервал  $10^h30^m$  звездного времени в единицах среднего времени.

2. Выразить интервал  $6^h25^m$  среднего времени в единицах звездного времени.

3. Какова длина звездных суток, выраженная в среднем солнечном времени?

4. Какова длина средних солнечных суток, выраженная в звездном времени?

5. Определить в единицах среднего времени интервал между верхними кульминациями  $\delta$  Ориона ( $\alpha = 5^h30^m48^s$ ) и  $\epsilon$  Орла ( $\alpha = 18^h58^m29^s$ ).

6. Чему равен интервал между средним полуднем и средней полночью в звездном времени?

7. Чему равен интервал между верхней и нижней кульминациями одной и той же звезды в единицах среднего времени?

8. В полночь звездные часы показывали  $22^h56^m54^s$ . Сколько времени они покажут через  $8^h30^m25^s$  среднего времени?

9. Звездное время в полночь 1 августа  $20^h38^m55^s$ . Каково было звездное время за 6 средних часов до полуночи?

10. Звездное время в полночь 18 июля было  $19^h43^m43^s$ . Каково будет звездное время в полночь 19 июля?

### § 14. Системы счета времени

В различных пунктах земного шара, находящихся к востоку и к западу от начального меридиана, кульминации Солнца и точки весеннего равноденствия наступают в различные моменты. Вследствие видимого вращения небесной сферы с востока на запад в восточных районах они наступают раньше. Разница в географических долготах на  $15^\circ$  соответствует разности наступления начала суток на один час.

Во всех пунктах, лежащих на одном меридиане, начало суток происходит в один и тот же момент, следовательно, все места, лежащие на одном географическом меридиане, имеют одинаковое время. Оно называется *местным временем*. Таким образом, различают местное звездное время, местное истинное солнечное время  $m_\odot$  и местное среднее солнечное время  $m$ .

На разности местного времени основано определение географических долгот на Земле. В соответствии с этим определением разность звездного времени в двух пунктах Земли равна разности географических долгот этих пунктов:

$$s_1 - s_2 = \lambda_1 - \lambda_2. \quad (14.1)$$

Здесь долготы  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  выражены в единицах времени. Такие же соотношения можно записать и для разностей местного истинного солнечного времени и местного среднего солнечного времени:

$$m_{\odot_1} - m_{\odot_2} = \lambda_1 - \lambda_2, \quad (14.2)$$

$$m_1 - m_2 = \lambda_1 - \lambda_2. \quad (14.3)$$

Местное среднее солнечное время начального меридиана называется всемирным, или мировым, временем. Местное среднее солнечное время  $m$  какого-либо пункта связано с мировым временем  $T_0$  соотношением

$$m = T_0 + \lambda, \quad (14.4)$$

где  $\lambda$  географическая долгота, выраженная в часах. Она считается положительной к востоку от начального меридиана.

Местным временем повсеместно пользовались до конца XIX ст. Однако с развитием производительных сил, международной торговли, техники стало ощущаться неудобство большого разноречия в счете времени.

В 1878 г. канадский инженер Сандфорд Флеминг (1827—1919) предложил разделить поверхность Земли на 24 *часовых пояса*, проведенных через каждые  $15^\circ$ . В соответствии с этим проектом все места, лежащие в пределах одного пояса, должны считать одно и то же время, соответствующее местному времени меридиана, проходящего посередине пояса. При этом разница между местным временем и поясным не должна превышать получаса.

Впервые поясное время было введено в США в 1883 г. В 1884 г. на конференции 26 государств в Вашингтоне было принято международное соглашение о поясном времени. Однако переход на эту систему счета задержался на многие годы. Сперва он стал вводиться в западных странах Европы.

После Великой Октябрьской социалистической революции поясное деление было введено и в нашей стране. 8 февраля 1919 г. был опубликован декрет СНК РСФСР,

подписанный В. И. Лениным, «О счете времени по международной системе часовых поясов». В соответствии с этим декретом с 1 апреля 1919 г. по всей территории РСФСР должно было быть введено поясное время. Вся территория страны была разделена на 11 часовых поясов.

Часовые пояса имеют номера от 0 до 23. Советский Союз занимает 11 часовых поясов. Основной меридиан начального, нулевого пояса проходит через Гринвичскую обсерваторию. Поясное время первого пояса называется *средне-европейским временем*.

Система счета времени по часовым поясам устраняет неудобства местного времени. Необходимость перевода стрелки часов вперед или назад появляется лишь при пересечении границы двух часовых поясов. На территории СССР (рис. 28) границы часовых поясов проведены не строго по меридианам, а с учетом географических особенностей территории и административного деления. Границы часовых поясов в других странах также проведены с учетом этих особенностей.

Разность поясного времени в двух пунктах всегда выражается целым числом. Она равна разности номеров соответствующих часовых поясов. Так, если  $n_1$  и  $n_2$  номера двух поясов ( $n_2 > n_1$ ), а  $T_{n_1}$  и  $T_{n_2}$  — поясное время в этих поясах, то

$$T_{n_2} - T_{n_1} = n_2 - n_1, \quad (14.5)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  выражены в часах.

Поясное время связано с мировым временем соотношением

$$T_n = T_0 + n, \quad (14.6)$$

но из (14.4)  $T_0 = t - \lambda$ , следовательно,

$$T_n = t - \lambda + n. \quad (14.7)$$

В некоторых странах мира в целях наиболее полного использования дневного времени, особенно в летнее время, вводится так называемое *декретное время*. Оно отличается от поясного тем, что по всей стране часы переведены на час вперед, а зимой вводится снова поясное время. Начало и конец такого времени определяется каждый год особым распоряжением правительства страны.

В нашей стране правительственным декретом 1930 г. часовая стрелка была переведена во всех часовых поясах на час вперед. При этом каждый часовой пояс живет по

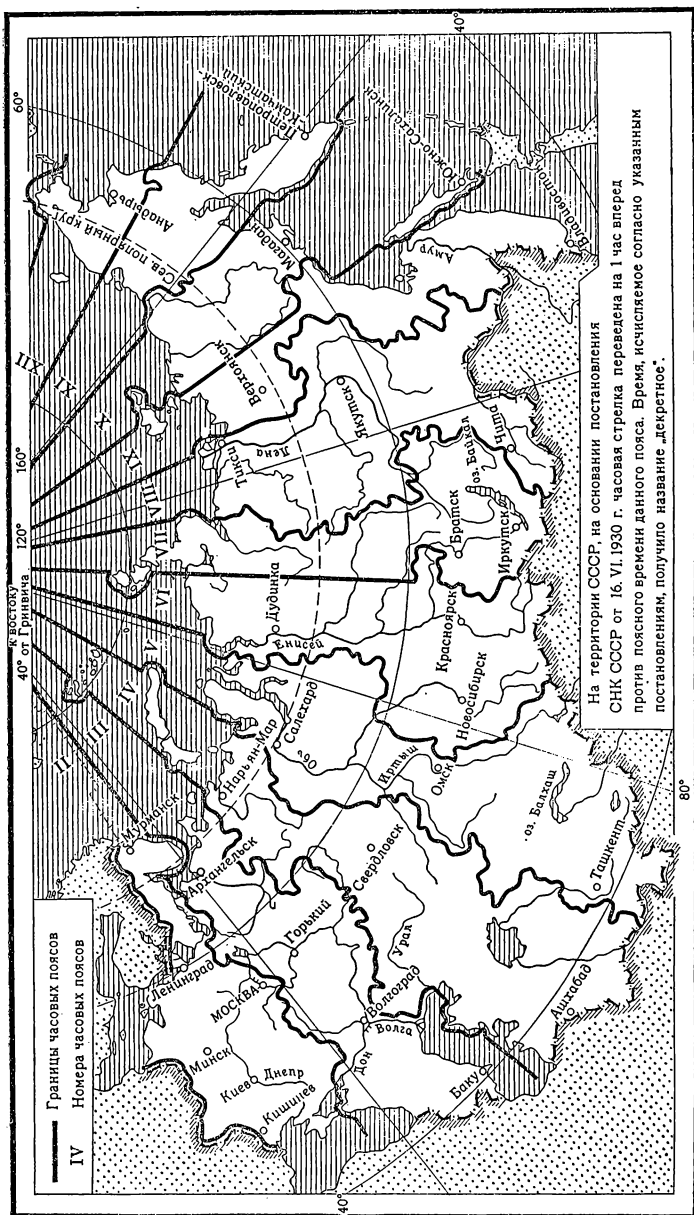


Рис. 28

времени следующего, смежного к востоку часового пояса. Это постановление также введено для экономии электроэнергии и более рационального ее использования в течение суток.

Расписание движения поездов и самолетов, а также работа телефона, телеграфа, радиовещания и телевидения регулируется в нашей стране по декретному времени второго пояса, которое называется московским временем.

Следует иметь в виду, что по некоторым исторически сложившимся причинам находящиеся в III часовом поясе Татарская АССР, Краснодарский и Ставропольский края, Горьковская и Костромская области живут по своему поясному времени, совпадающему с декретным временем Москвы.

Декретное время связано с поясным временем соотношением

$$T_d = T_n + 1^h \quad (14.8)$$

и средним временем

$$T_d = m + n - \lambda + 1^h. \quad (14.9)$$

Если  $m_{\odot}$  — истинное солнечное время, полученное с помощью солнечных часов, то

$$T_d = m_{\odot} + \eta - \lambda + n + 1^h, \quad (14.10)$$

где  $\eta$  — уравнение времени.

Можно также установить связь между декретным временем и местным звездным временем. Поскольку  $m_{\odot} = t_{\odot} + 12^h$ ,  $t_{\odot} = s - \alpha_{\odot}$ , то

$$T_d = s - \alpha_{\odot} + 12^h + \eta - \lambda + n + 1. \quad (14.11)$$

### У п р а ж н е н и я

1. В момент верхней кульминации  $\alpha$  Б. Медведицы ( $\alpha = 11^h 02^m 12^s$ ) в Москве звездный хронометр, идущий по гринвичскому времени, показывал  $3^h 31^m 42^s$ . Какова долгота Москвы?

2. На меридианном круге Киевской обсерватории наблюдалась верхняя кульминация Веги ( $\alpha = 18^h 36^m 05^s$ ) в момент, когда хронометр, идущий по гринвичскому звездному времени, показал  $16^h 34^m 05^s$ . Какова долгота Киева?

3. Солнечные часы в Тбилиси 3 августа показывали  $9^h 15^m$ . Каково в этот момент декретное время в Чимкенте? Чимкент находится в V поясе, его долгота  $\lambda = 2^h 59^m 2$ , уравнение времени в этот день  $\eta = 6^m 1$ .

4. Солнечные часы в Харькове 15 мая показывали  $17^h 39^m$ . Определить декретное время в этот момент. Харьков находится во II поясе, его долгота  $\lambda = 2^h 25^m$ , уравнение времени в этот день  $\eta = -3^m 7$ .

5. Определить среднее местное время в Минске в момент среднего полудня в Ташкенте. Долгота Минска  $1^h50^m,2$ , долгота Ташкента  $\lambda = 4^h37^m,3$ .

6. Определить поясное время в Вашингтоне, когда по декретному времени в Ленинграде  $19^h42^m$ . Вашингтон находится в XIX поясе.

7. Самолет ТУ-114 вылетел из Нью-Йорка 13 октября в  $23^h47^m$  по нью-йоркскому летнему времени и прибыл в Москву 14 октября в  $17^h7^m$  по московскому декретному времени. Определить продолжительность полета. Нью-Йорк находится в XIX поясе.

8. По радио из Москвы принят сигнал в  $12^h$  московского декретного времени. В момент приема сигнала часы, идущие по среднему местному времени, показывали  $13^h43^m$ . Определить долготу места приема сигнала.

9. В  $1^h45^m$  дня по городским часам из Якутска в Тбилиси была отправлена телеграмма. Определить время пребывания телеграммы в пути, если она была получена в Тбилиси в тот же день в  $14^h15^m$  по городским часам. Якутск находится в VIII поясе, а Тбилиси — в III поясе.

10. Для определения своих географических координат экспедиция измерила зенитное расстояние звезды  $\delta$  Б. Медведицы и получила  $z = 6^\circ06'$ . Звездный хронометр, идущий по гринвичскому звездному времени, показал в этот момент  $5^h24^m23^s$ . Определить координаты экспедиции, если координаты звезды, взятые из постоянной части Астрономического календаря, оказались равными  $\delta = 57^\circ10'$ ,  $\alpha = 12^h14^m12^s$ .

## § 15. Линия перемены даты

В 1522 г. к испанским берегам возвратился корабль «Виктория», завершивший первое кругосветное плавание, предпринятое Магелланом в 1519 г. Оставшиеся в живых участники этой первой кругосветной экспедиции с удивлением обнаружили потерю целых суток по сравнению со счетом времени на их родине. Никто в то время не мог объяснить причину случившегося. А дело в том, что корабли Магеллана, идя на запад, встретили восход Солнца на один раз меньше, чем жители, оставшиеся на месте.

Представим себе человека, совершающего кругосветное путешествие идя на восток и имея при себе часы, показывающие время суток и дату. При пересечении каждого часового пояса он переставляет часы на один час вперед и за все путешествие переставит часы 24 раза, то есть на одни сутки. Если его путешествие в действительности продолжалось  $n$  суток, то его часы покажут ему  $n + 1$  сутки.

Если же он будет совершать кругосветное путешествие на запад и, пересекая каждый часовой пояс, будет переводить часы на час назад, то за все путешествие он тоже переставит часы 24 раза, т. е. на одни сутки; если его путешествие продолжалось  $n$  суток, то его часы покажут ему  $n - 1$  сутки.

На рис. 29 изображен земной шар, разделенный часовыми поясами, если смотреть на него с полюса. Пусть в Москве (II пояс)  $12^{h00m}$  1 мая. В этот момент в Саратове (III пояс) будет  $13^{h00m}$ , в Свердловске (IV пояс) —  $14^{h00m}$  и т. д. Идя на восток, мы получим, что в этот самый момент на Чукотском полуострове (XII пояс) будет  $22^{h00m}$  1 мая. Если же идти от Москвы на запад, то в Берлине (I пояс) в этот момент будет  $11^{h00m}$  1 мая, в Лондоне (0 пояс)  $10^{h00m}$  1 мая, в XXIII поясе  $9^{h00m}$  1 мая и т. д. В XV поясе будет  $1^{h00m}$  1 мая, а в XIV

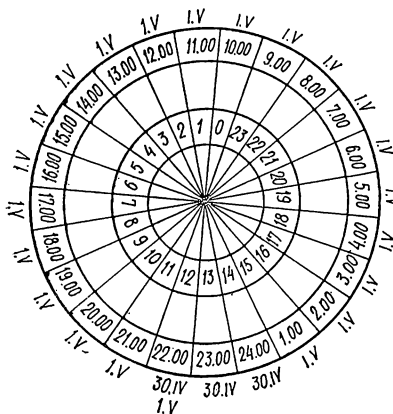


Рис. 29

$24^{h00m}$  30 апреля. Продолжая так идти на запад, мы заметим, что, как показано на рисунке, в XII поясе одновременно будет  $22^{h00m}$  30 апреля и 1 мая. Выходит, что во избежание путаницы где-то по пути нужно было переменить дату.

Границу дат, разумеется, можно было бы выбрать произвольно. Однако наиболее удобным оказался 180-й меридиан от Гринвича, где можно установить демаркационную линию, не проходящую через населенные пункты. Это устраняет ряд неудобств, связанных с переменной даты, особенно для людей, которым в силу необходимости пришлось бы часто пересекать линию дат и менять время.

Линия перемены даты не идет строго по меридиану, а несколько отклоняется от него, огибая населенные пункты. От северного полюса она сперва идет по 180-му меридиану, затем огибает с востока на запад Азию, проходит через Берингов пролив, отклоняется к западу, оставляя Алеутские острова в западном полушарии. Далее линия проходит по 180-му меридиану до экватора, огибает с востока

острова Фиджи, Новую Зеландию и острова Чатем. Затем до самого южного полюса линия снова идет по 180-му меридиану.

Корабль или самолет, пересекая линию перемены даты, двигаясь с запада на восток в счете календарных дней, возвращается на одни сутки назад. Так, например, подходя к линии перемены даты в 10<sup>h</sup> 10 мая после ее пересечения, считают, что снова наступило 10<sup>h</sup> 9 мая или же на следующий день повторяют дату 10 мая. При движении с востока на запад к календарной дате прибавляют одни сутки. Например, подойдя к линии перемены дат с востока в 10<sup>h</sup> 10 мая, после ее пересечения считают, что наступило 10<sup>h</sup> 11 мая или же на следующий день после 10 мая выбрасывают один день из счета и считают, что после 10 мая наступило 12 мая.

Недалеко от линии перемены даты, несколько к западу от нее, проходит восточная государственная граница Советского Союза. Здесь в нашей стране начинается каждый новый день, в том числе первый день нового года. Таким образом, новый год шагает к нам с востока, с линии перемены даты.

## § 16. Календарь и летоисчисление

Календарем называется система счисления продолжительных промежутков времени, использующая периодичность явлений природы. К длительным промежуткам относятся сутки, месяцы, годы, столетия. Для счисления этих промежутков времени издавна используют суточное вращение Земли, видимое движение Земли и годичное движение Солнца.

Вид звездного неба в каждом пункте земного шара с течением времени меняется, но через некоторый промежуток времени видимое расположение созвездий над горизонтом принимает прежний вид. Этот промежуток времени, связанный с годичным движением Солнца по эклиптике, издавна принимался за единицу измерения времени. Еще в древности делались попытки выявить возможно точнее числовые соотношения между периодом движения Солнца по эклиптике, сменой лунных фаз и количества суток, содержащихся в этих периодах.

Все календари разделяются на три типа: *лунные*, *лунно-солнечные* и *солнечные*. Кочевые народы древности



пользовались лунным календарем, в основу которого была положена продолжительность лунного месяца — промежуток времени между двумя последовательными одинаковыми фазами Луны. Народы, занимавшиеся земледелием, создавали солнечные календари, в основу которых был положен так называемый тропический год — промежуток времени между двумя последовательными прохождением Солнца через точку весеннего равноденствия. Значительной сложностью отличаются лунно-солнечные календари. В этих календарях новолуния близко совпадают с первыми числами месяца.

Наш современный календарь является усовершенствованным солнечным календарем, которым пользовались в Древнем Египте. Египтяне принимали год равным 365 суткам. Но тропический год содержит 365,2422 средних солнечных суток. Следовательно, за год древнеегипетский календарь давал ошибку на 0,2422 средних солнечных суток.

Изобразим течение времени в году в виде окружности, где точка  $A$  (рис. 30) соответствует началу весны, то есть дню весеннего равноденствия. Поскольку календарный год содержал только 365 суток, то календарь по истечении одного года показывал начало весны на 0,2422 средних солнечных суток раньше, чем начнется весна, т. е. в точке  $A_1$ .

С каждым последующим годом начало весны отодвигалось по календарю к зиме (точки  $A_1, A_2, A_3, \dots$ ). Через 400 лет календарь показывал начало весны, когда в природе начиналась зима. Этот календарь египтяне называли блуждающим, поскольку начало года в нем медленно перемещалось от весны к зиме, от зимы к осени и т. д.

В 46 г. до н. э. Юлий Цезарь ввел календарь, проект которого был составлен египетским астрономом Созигеном. Календарь этот называют *юлианским* (или *старого стиля*). Продолжительность года в юлианском календаре была принята равной 365,25 средних солнечных суток. В четырехлетнем периоде годов три года принимались равными 365 средних солнечных суток, а четвертый год, номер которого без остатка делился на 4, принимался равным 366 средним солнечным суткам. Этот год был назван *високосным*.

Таким образом, средняя продолжительность юлианского года оказалась больше тропического года на 0,0078

средних солнечных суток. Ошибка этого календаря значительно меньше «блуждающего» и действовала в противоположную сторону (рис. 31). Если в некотором году точка  $A$  соответствовала началу весны, то в последующие годы начало весны по календарю передвигалось к лету (точки  $A_1, A_2, A_3, \dots$ ). За 128 лет начало весны по календарю передвинулось к лету приблизительно на одни сутки, за 400 лет примерно на 3 суток. В 1582 г. расхождение составляло почти 10 суток. Это обстоятельство беспокоило католическую церковь в связи с тем, что с днем весеннего равно-

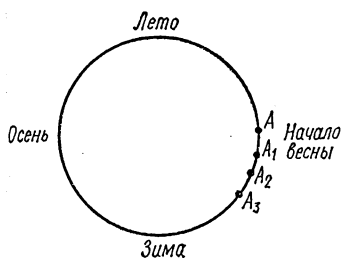


Рис. 30

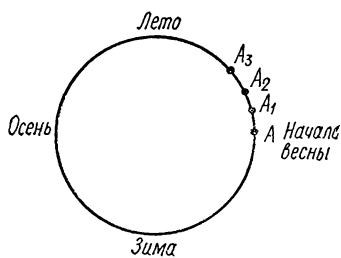


Рис. 31

денствия связано время празднования религиозного праздника пасхи. В IV в. н. э. было установлено, что начало пасхи наступает в первое воскресенье после полнолуния, следующего за днем весеннего равноденствия. Весеннее равноденствие в IV в. приходилось на 21 марта. В XVI в. 21 марта по календарю наступало через 10 дней после дня весеннего равноденствия и, таким образом, весенний праздник отодвигался ближе к лету.

В 1582 г. римский папа Григорий XIII провел реформу, проект которой был составлен итальянским ученым профессором математики и медицины А. Лилио (1520—1576).

Реформа Григория XIII устранила отставание, накопившееся за полторы тысячи лет. День после 4 октября 1582 г. было предложено считать не 5, а 15 октября. А для того, чтобы впредь этого отставания не было в связи с тем, что  $0,0078 \cdot 400 \approx 3$  суток, было предложено на каждые 400 лет уменьшать количество високосных лет на 3. Для этого в новый календарь было введено дополнение к правилу чередования високосных и простых лет. Оно заключалось в том, что годы с целым числом столетий было предложено считать високосными лишь в том случае, когда число

столетий делилось на 4. Таким образом, годы 1700, 1800, 1900, 2100, которые в юлианском календаре должны были быть високосными, ибо числа эти делятся на 4, в григорианском календаре оказались простыми, поскольку числа столетий 17, 18, 19 и 21 не делятся на 4.

Продолжительность григорианского года составляет 365,2425 средних солнечных суток, т. е. она длиннее тропического года всего на 0,0003 средних солнечных суток. Этот календарь даст ошибку в одни сутки за 3300 лет.

*Новый стиль* был сразу введен в странах, где господствующей религией был католицизм (Франция, Италия, Испания, Португалия, Польша и др.). В Англии григорианский календарь был введен в 1751 г.

Только после установления Советской власти 25 января 1918 г. был опубликован декрет, подписанный В. И. Лениным, о введении на всей территории РСФСР нового стиля. В соответствии с этим декретом счет дней был передвинут на 13 суток вперед. Следующий день после 31 января было предложено считать не 1, а 14 февраля.

Для перевода даты со старого на новый стиль события, происшедшего после реформы 1582 г., нужно пользоваться такой таблицей:

Промежутки времени (по старому стилю)	Поправки (дни)
От 5 октября 1582 года по 29 февраля 1700 г.	+10
От 1 марта 1700 года по 29 февраля 1800 г.	+11
От 1 марта 1800 года по 29 февраля 1900 г.	+12
От 1 марта 1900 года по 29 февраля 2100 г.	+13
От 1 марта 2100 года по 29 февраля 2200 г.	+14

Григорианский календарь имеет ряд существенных недостатков. Продолжительность календарных месяцев различна и колеблется от 28 до 31 дня, различную продолжительность имеют кварталы, дни недели не согласуются с календарными датами, число рабочих дней в различных месяцах различно, а начало года не связано с каким-либо астрономическим явлением.

За последние полтора столетия во многих странах мира неоднократно поднимался вопрос о новой реформе календаря. Проекты этих реформ не затрагивали продолжитель-

ность григорианского года, а касались лишь более рационального его построения в смысле деления на недели, месяцы и кварталы.

Систему летоисчисления принято называть эрой. В истории человеческой культуры насчитывается множество эр. В настоящее время в большинстве стран мира применяется христианская эра. Счет лет по этой эре христианская церковь начала в VI в., когда римский монах Дионисий Малый якобы установил, что 532 года назад родился Христос. До этого римляне вели счет лет от основания Рима. 753 г. основания Рима был заменен 532 г. от предполагаемого рождения Христа. В России до 1700 г. за начало эры принималось «сотворение мира». Указом Петра I было предписано: после 31 декабря 7208 г. от «сотворения мира» считать 1700 г. от рождения Христа.

Советский календарь наряду с христианской эрой ведет летоисчисление и от Великой Октябрьской социалистической революции. Для определения года эры Великой Октябрьской социалистической революции нужно от года христианской эры вычесть 1917 и прибавить единицу, если событие произошло после 7 ноября. Годы, предшествующие 1917 г., будут годами до этой эры. Для установления этого года для какого-нибудь события нужно от 1917 вычесть год христианской эры и прибавить единицу, если событие произошло до 7 ноября. Так, например, XXV съезд КПСС состоялся в 59 г. эры Великой Октябрьской социалистической революции, а В. И. Ленин родился в 48 г. до эры Великой Октябрьской социалистической революции.

В астрономических и хронологических расчетах применяется система счета, предложенная французским ученым Ж. Скалигером (1540—1609). Счет времени ведется в днях *юлианского периода*. За начало счета принято 1 января 4713 г. до н. э. Общая продолжительность одного юлианского периода составляет 7980 лет. Это число связано с повторяемостью календарных дат (дней, недели, начала года и др.). Началом каждого юлианского дня считается средний гринвичский полдень. В астрономических календарях приводятся таблицы, с помощью которых устанавливается, сколько юлианских дней прошло к моменту гринвичского полдня каждого дня. Для средней гринвичской полнотой же календарной даты, т. е. для 0 часов всемирного времени, нужно уменьшить число юлианских дней на 0,5. Так, например, для 9 сентября 1976 г. в календаре значится

2443031 юлианский день; это значит, что средняя гринвичская полночь с 8 на 9 сентября 1976 г. в юлианских днях определится числом 2443030,5.

## У п р а ж н е н и я

1. В 1864 г. астроном Дерптской астрономической обсерватории (ныне Тартуская астрофизическая обсерватория АН Эстонской ССР им. В. Я. Струве) И. Г. Медлер (1794—1874) в своей статье «О реформе календаря» предложил в 128-летнем цикле 31-й год считать високосным. Определить продолжительность календарного года в этом календаре.

2. Выдающийся среднеазиатский ученый-энциклопедист аль-Бируни (973—1048) в своем труде «Памятники минувших поколений» писал, что астрономы Древнего Ирана определили свой год в 365 дней и отбрасывали последующие дроби в течение 120 лет, после чего они прибавляли к своему году один месяц. Определить продолжительность года в древнеиранском календаре, если месяц в нем содержал 30 дней.

3. Один из самых точных календарей был календарь Омара Хайяма (ок. 1048—1131), в котором в 33-летнем периоде 8 лет считались високосными, а 25 лет простыми. Определить продолжительность года в этом календаре.

4. Сколько суток содержал 1582 г. в связи с переходом от юлианского к григорианскому календарю?

5. Сколько суток содержал в нашей стране 1918 г. в связи с декретом о введении нового стиля?

6. В Древнем Египте календарный год содержал 365 дней. Определить ошибку этого календаря за 250 лет.

7. А. М. Горький родился 16 марта 1868 г. по старому стилю. Определить дату рождения его по новому стилю.

8. А. С. Пушкин родился 6 июня 1799 г. Определить год рождения поэта, ведя счет лет от Великой Октябрьской социалистической революции.

9. Переяславская Рада, созванная Богданом Хмельницким для принятия решения о воссоединении Украины с Россией, состоялась 8 января 1654 г. Определить дату этого события по новому стилю.

## § 17. Эфемеридное время

Еще в прошлом столетии по мере совершенствования точности наблюдений было установлено, что координаты Солнца и планет, вычисленные вперед на несколько десятилетий, не сходятся с координатами этих светил, получаемых с помощью наблюдений.

Так, американский астроном Ньюкомб (1835—1909), используя законы небесной механики, вычислил наперед

координаты Солнца и планет и представил их в виде таблиц. Вскоре английский астроном Г. Спенсер-Джонс (1890—1960) обнаружил, что средняя долгота Солнца, приведенная на определенный полдень в таблице Ньюкомба, не сходится с наблюденной долготой в этот же момент, и указал на способ нахождения поправок для таблиц Ньюкомба.

Причиной этого расхождения является неравномерность вращения Земли, которая окончательно была установлена в 30-х годах XX ст. Неравномерность вращения Земли позволила объяснить давно замеченные расхождения между теоретически вычисленными и наблюдаемыми значениями координат.

В настоящее время во вращении Земли установлены три типа отклонений от равномерного вращения: вековое замедление вращения, нерегулярные или скачкообразные отклонения и периодические, или сезонные, изменения.

Причиной векового замедления вращения Земли считают приливное трение, которое является следствием влияния Солнца и Луны, вызывающее в земной атмосфере, гидросфере и в коре приливы и отливы. Это замедление установлено с помощью наблюдений Луны, Солнца и некоторых планет. В своем движении эти светила обнаруживают вековые ускорения своего среднего движения. Вследствие векового замедления длина суток увеличивается в среднем на 0,0016 с в столетие.

Сезонные изменения скорости вращения Земли в течение года происходят вследствие сезонных перераспределений масс на поверхности Земли и, в частности, движения атмосферных масс. Эти периодические изменения установлены с помощью сравнения астрономических наблюдений с ходом кварцевых часов.

При увеличении скорости вращения Земли звездные сутки укорачиваются, а при замедлении — становятся длиннее. Установлено, что в августе Земля вращается быстрее, а в марте медленнее. По данным наблюдений, проведенных с 1937 по 1949 г., разница между продолжительностью суток в августе и марте составляет около 0,0025 с.

Причина нерегулярных, скачкообразных изменений скорости вращения Земли не установлена. Эти изменения определяются из наблюдений Луны и бывают различные в разные годы. Наибольшие изменения такого типа

отмечались в 1864, 1878, 1898 и в 1920 г. Продолжительность суток при этих скачкообразных явлениях изменялась до 0,0034 с.

Таким образом, время, определяемое наблюдением за звездами, не является равномерным. А время, которое служит аргументом при различных вычислениях, является равномерным. Поэтому в астрономии в настоящее время различают два понятия времени: неравномерное, определяемое вращением Земли, и равномерное, которым пользуются при различных вычислениях. Это равномерное время, которое является аргументом в вычислении эфемерид планет, называется *эфемеридным временем*.

Нахождение разности  $\Delta T$  между эфемеридным и всемирным временем является очень важной задачей современной астрономии.

Для определения эфемеридного времени нужно к всемирному времени, получаемому из наблюдений, прибавить поправку  $\Delta T$ , которая ежегодно публикуется в астрономических календарях и ежегодниках.

Для 1978 г. эта поправка составляет  $\Delta T = 47$  с.

Введение эфемеридного времени привело к уточнению определения основной единицы времени — секунды, которая ранее определялась как  $1/86400$  часть средних солнечных суток.

В 1955 г. Международный астрономический союз (МАС) принял решение определить секунду как часть тропического года на момент начала 1900 г. В соответствии с этим определением секунда есть  $1/31\,556\,925,975$  часть тропического года на момент 1900.

В настоящее время применяется система счета времени, в которой единичный интервал определяется с помощью электромагнитных колебаний, излучаемых (или поглощаемых) атомами (или молекулами) некоторых веществ. Такая система счета называется *атомным временем*. В качестве единицы атомного времени принята атомная секунда — интервал времени, равный  $9\,192\,631\,770$  периодам колебаний цезиевого эталона частоты.

Устройство для точного измерения времени, основной частью которого является квантовый стандарт частоты, называют *квантовыми*, или *атомными*, часами. Такие часы нашли применение в астрономических обсерваториях, в различных исследовательских и контрольно-измерительных лабораториях.

# Глава III

## ФАКТОРЫ, ИЗМЕНЯЮЩИЕ ПОЛОЖЕНИЕ СВЕТИЛ НА НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ

### § 18. Рефракция

Свет от небесных светил, проходя через земную атмосферу, испытывает преломление и приходит к наблюдателю не по прямым, а по изогнутым линиям.

Явление преломления света, идущего от небесных светил, называется *астрономической рефракцией*.

Вследствие рефракции наблюдатель видит светило не в том направлении, откуда шел луч света, двигаясь в межзвездном пространстве.

Пусть  $O$  — центр Земли,  $T$  — положение наблюдателя,  $TZ$  — направление в зенит (рис. 32). Представим себе, что земная атмосфера разделена на ряд концентрических слоев, внутри которых плотность одинакова. При отсутствии земной атмосферы луч света от светила  $S$  двигался бы по прямой  $SL$ , но, попав в земную атмосферу, вследствие преломления пошел по изогнутой линии  $A_n, \dots, A_2, A_1, T$ . Наблюдатель при этом будет видеть светило по направлению  $TS_1$  на зенитном расстоянии  $z'$ . Разумеется, что это зенитное расстояние является искаженным, так как светило по отношению к наблюдателю  $T$  находится в направлении  $TS_2 \parallel LS$  на зенитном расстоянии  $z$ .

Угол между направлением  $TS_1$ , по которому видно светило, и направлением  $TS_2$ , по которому шел бы луч света при отсутствии атмосферы, обозначается буквой  $\rho$  и называется астрономической рефракцией. Как видно из треугольника  $TKL$ ,

$$z = z' + \rho, \quad (18.1)$$

т. е. зенитное расстояние светила  $z'$  под влиянием рефракции уменьшается. Рефракция как бы поднимает светило над горизонтом.

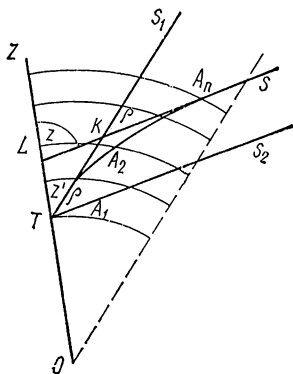


Рис. 32



Легко видеть, что для светил, находящихся в зените, рефракция равна нулю и возрастает по мере приближения светила к горизонту, где превышает полградуса.

Пренебрегая кривизной Земли, можно вывести приближенную формулу для определения величины рефракции.

Изобразим земную атмосферу плоскими слоями с различными коэффициентами преломления  $n_1, n_2, n_3 \dots$  (рис. 33). Обозначим углы падения луча на границах слоев через  $i_m, i_{m-1}, \dots, i_2, i_1$ .

По законам преломления света можно записать

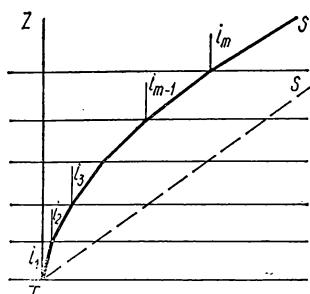


Рис. 33

$$\frac{\sin i_m}{\sin i_{m-1}} = \frac{n_{m-1}}{n_m},$$

$$\frac{\sin i_{m-1}}{\sin i_{m-2}} = \frac{n_{m-2}}{n_{m-1}},$$

$$\frac{\sin i_3}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_3}, \quad \frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Перемножая левые и правые части написанных равенств, после преобразования получим

$$\frac{\sin i_m}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_m}. \quad (18.2)$$

Коэффициент преломления внешнего слоя атмосферы можно принять равным единице, т. е.  $n_m = 1$ . Как видно из рисунка,  $i_1 = z'$  — видимое зенитное расстояние, а  $i_m = z$  — истинное зенитное расстояние. Подставляя эти значения в (18.2), получим

$$\frac{\sin z}{\sin z'} = n_1,$$

но  $z = z' + \rho$ , откуда  $\frac{\sin(z' + \rho)}{\sin z} = n_1$ , или

$$\frac{\sin z' \cos \rho + \cos z' \sin \rho}{\sin z} = n_1. \quad (18.3)$$

Как показали многочисленные определения значения рефракции, на зенитном расстоянии от 0 до  $70^\circ$  рефракция выражается весьма малым числом. Поэтому можно принять  $\cos \rho = 1$  и  $\sin \rho'' = \rho'' \sin 1''$ . Тогда для значений  $\rho < 70^\circ$  имеем

$$\frac{\sin z' + \cos z' \rho'' \sin 1''}{\sin z'} = n_1,$$

или

$$\rho' = \frac{n_1 - 1}{\sin 1''} \operatorname{tg} z'. \quad (18.4)$$

Коэффициент при  $\text{tg } z'$  принято называть постоянной рефракции.

При  $t = 10^\circ \text{C}$  и  $p = 760 \text{ мм рт. ст.}$  коэффициент преломления  $n = 1,0002825$ .

Принимая  $\sin 1'' = \frac{1}{206265}$  и подставляя это значение в (18.4), получим  $\rho'' = 0,0002825 \cdot 206265 \text{ tg } z'$ , или, округляя,

$$\rho'' = 58'', 3 \text{ tg } z' \quad (18.5)$$

При  $z' = 70^\circ$  эта формула дает ошибку более  $1''$ , а при больших значениях зенитного расстояния формула становится непригодной. На горизонте рефракция составляет около  $35'$ . Величина рефракции зависит и от температуры. При очень низких температурах она усиливается. За полярным кругом на горизонте рефракция может превышать  $2^\circ$ . При давлении  $B$  и температуре  $t$  приближенное значение рефракции вычисляется по формуле

$$\rho = 60'', 2 \frac{B}{760} \cdot \frac{270}{273 + t} \text{ tg } z'. \quad (18.6)$$

В астрономии чаще всего пользуются специальными таблицами рефракции. Таблицы Пулковской обсерватории были впервые опубликованы в 1870 г. До настоящего времени эти таблицы являются самыми точными.

Для решения задач, не требующих очень большой точности, можно пользоваться приведенной таблицей, дающей среднюю рефракцию при  $t = 10^\circ \text{C}$  и  $p = 760 \text{ мм рт. ст.}$

Рефракцией объясняется изменение формы диска Солнца и Луны у горизонта (рис. 34). Поскольку видимые диски этих светил порядка  $0^\circ,5$ , то нижний и верхний края диска имеют различные зенитные расстояния. Рефракция для нижнего края диска будет

Зенитное расстояние	0	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	82°	84°	86°	88°	89°	89°30'	90°	Рефрак- ция
	0'0"	0'10"	0'21"	0'33"	0'48"	1'09"	1'40"	2'39"	5'16"	6'30"	8'23"	11'39"	18'09"	24'25"	29'26"	34'54"	

большей, нежели рефракция для верхнего края. Поскольку рефракция не влияет на азимут, искажение формы диска будет наблюдаться только по высоте. При этом точка  $A$  перейдет в  $A_1$ , а  $B$  в  $B_1$  вследствие различных зенитных расстояний  $AA_1 > BB_1$ . Круглый диск обратится в эллипс.

Рефракция оказывает влияние на моменты восхода и захода светил. Без учета рефракции часовой угол восхода и захода светил определяется по формуле (11.2), которая была получена из первой формулы (9.4).

$$\cos z = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t$$

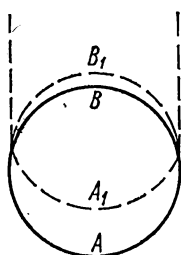


Рис. 34

при  $z = 90^\circ$ . Однако вследствие рефракции светило будет видно над горизонтом уже тогда, когда  $z = 90^\circ + \rho$ . Это несколько усложняет вид формулы для часового угла светила в моменты восхода и захода.

Примем для восхода и захода светила  $\rho = 35'$ . Находим  $z = 90^\circ 35'$ ,  $\cos 90^\circ 35' = -0,0102$ , откуда

$$-0,0102 = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t$$

и для часового угла с учетом рефракции получаем формулу

$$\cos t = -(0,0102 \sec \delta \sec \varphi + \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi). \quad (18.7)$$

Для определения часовых углов восхода и захода Солнца и Луны нужно учитывать и угловые размеры этих светил. Momentами восхода и захода считаются моменты восхода и захода верхнего края диска, который для Солнца и Луны приблизительно на  $16'$  выше центра Солнца. Таким образом, следует положить  $z = 90^\circ + R_\odot + \rho$ , где  $R_\odot = 16'$ , а  $\rho = 35'$ , т. е.  $z = 90^\circ 51'$   $\cos 90^\circ 51' = -0,0148$ . Подставляя в (9.4), получим для Солнца и Луны

$$\cos t = -(0,0148 \sec \varphi \sec \delta + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta). \quad (18.8)$$

Эта формула дает истинное солнечное время захода (или восхода  $24^h - t$ ), если считать начало суток от полудня. Для определения гражданского среднего времени нужно к полученным значениям часового угла Солнца прибавить уравнение времени и  $12^h$ , чтобы получить время от полуночи.

Рефракция оказывает влияние на продолжительность полярного дня и полярной ночи на различных широтах. Без учета рефракции и угловых размеров Солнца условием

его незаходимости было неравенство  $\delta \geq 90^\circ - \varphi$ . Приняв во внимание видимый радиус солнца в  $16'$ , а рефракцию в  $35'$ , можно записать это условие в виде

$$\delta \geq 90^\circ - \varphi - 51', \quad (18.9)$$

а условие, при котором Солнце не будет восходить на данной широте, в виде

$$-\delta \geq 90^\circ - \varphi + 51' \quad (18.10)$$

Исходя из этих формул, можно заметить, что полярный день на северном полюсе наступает до дня весеннего равноденствия уже тогда, когда  $\delta_\odot > -0^\circ 51'$ .

Рефракция оказывает влияние и на продолжительность так называемых «белых ночей». «Белые ночи» начинаются там, где Солнце опускается под горизонт не более чем на  $7^\circ$ . Условие, по которому возможны белые ночи, можно записать так:  $\delta \geq 90^\circ - \varphi - 7^\circ - R_\odot - \rho$  или

$$\delta \geq 90^\circ - \varphi - 7^\circ - 51'. \quad (18.11)$$

В § 7 мы определили холодные пояса Земли как ту часть земной поверхности, где Солнце может быть невосходящим или незаходящим светилом, и границы тепловых поясов получали из условия  $\delta \geq 90^\circ - \varphi$ . При этом границы холодного пояса, полярные круги, имели широты  $\pm 66^\circ 33'$ . Однако вследствие рефракции Солнце может быть незаходящим светилом южнее северного полярного круга и севернее южного полярного круга. А полярная ночь на самых полярных кругах никогда не наступает вследствие рефракции. Граница возможной полярной ночи в северном полушарии проходит севернее полярного круга, а в нижнем полушарии — южнее его.

## У п р а ж н е н и я

1. На меридианном круге Одесской астрономической обсерватории ( $\varphi = 46^\circ 28' 36''$ ) измерено зенитное расстояние звезды в верхней кульминации на юг от зенита. Оно оказалось равным  $40^\circ 02' 13''$ . Чему равно склонение звезды с учетом рефракции?

2. Когда Луна находится близко от горизонта, она кажется сплюснутой и увеличенной. Увеличивается ли при этом площадь лунного диска?

3. Определить по приближенной формуле величину рефракции для  $z = 40^\circ$  и сравнить полученный результат с таблицей средней рефракции.

4. На сколько действие рефракции удлиняет продолжительность дня на экваторе?

5. На сколько действие рефракции удлинит продолжительность дня на северном полюсе, если учесть, что склонение Солнца около точек равноденствий изменяется на  $0^{\circ} 24'$  за сутки?

6. На Киевской астрономической обсерватории ( $\varphi = 50^{\circ}27'18''$ ) измеренное зенитное расстояние звезды в верхней кульминации получилось  $47^{\circ}59'25''$ . Чему равно склонение звезды с учетом рефракции?

7. Зенитное расстояние звезды, измеренное в момент верхней кульминации на север от зенита, было  $29^{\circ}59'08''$ , а в нижней кульминации  $50^{\circ}01'25''$ . Определить с учетом рефракции склонение звезды и широту места наблюдения.

8. Определить с учетом рефракции склонение звезды, наблюдаемой в момент верхней кульминации к югу от зенита, на широте  $54^{\circ}32'25''$  и на зенитном расстоянии  $z = 50^{\circ}$

9. Штурман корабля, измерив зенитное расстояние центра Солнца в полночь, нашел его равным  $80^{\circ}$ . В каких местах Земли плыл корабль, в какое время года и на сколько километров (приблизительно) штурман неправильно определил бы положение корабля по широте, если бы не учел влияния рефракции?

10. Наблюдая новую планету, астроном определил, что ее верхняя кульминация произошла на высоте  $37^{\circ}19'55''$  в  $5^h14^m55^s$  по звездному времени. При данных условиях величина рефракции составляла  $1'3''$ . Широта обсерватории  $43^{\circ}19'01''$ . Каковы  $\alpha$  и  $\delta$  планеты?

## § 19. Суточный параллакс светила

Координаты одного и того же светила, измеренные в один и тот же момент, в различных пунктах земного шара

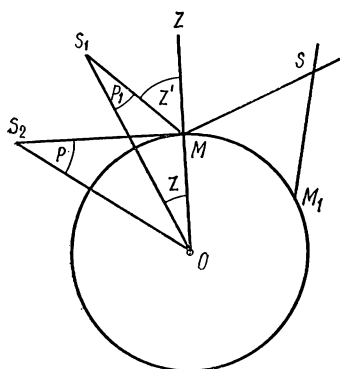


Рис. 35

окажутся не одинаковыми. На рис. 35  $M$  и  $M_1$  — две точки земной поверхности. В точке  $M$  светило  $S$  видно в направлении  $MS$ , а в точке  $M_1$  — в направлении  $M_1S$ . Угол  $MSM_1$  между направлениями на светило из двух точек Земли называется *параллактическим смещением*. Расстояние между точками  $M$  и  $M_1$  называется *базисом*. Легко понять, что при увеличении базиса параллактическое смещение возрастает, а при одном и том же базисе смещение

тем меньше, чем дальше удалено светило. Зная длину базиса и измерив параллактическое смещение, можно с

помощью тригонометрии вычислить расстояние светила от концов базиса.

Из всех направлений, по которым видно светило, основным считается направление из центра Земли. Это направление называется геоцентрическим положением светила.

Угол между направлением на светило из какой-нибудь точки Земли и геоцентрическим его положением называется *суточным параллаксом светила*. Иными словами, суточный параллакс есть угол, на который сместится светило, если наблюдатель будет перенесен с поверхности в центр Земли.

На рис. 35 параллакс светила  $S_1$  для наблюдателя в точке  $M$  изображен углом  $p_1$ . Величина параллакса изменяется с изменением высоты светила. Когда светило находится в зените, его параллакс равен нулю. Когда светило находится на горизонте, параллакс достигает максимального значения.

Максимальное значение параллакса называется *суточным горизонтальным параллаксом*. На рис. 35 буквой  $p$  обозначен горизонтальный параллакс светила  $S_2$ . Из рисунка видно, что горизонтальный параллакс есть угол, под которым из центра светила виден радиус Земли, перпендикулярный к лучу зрения. Таким образом, суточный горизонтальный параллакс есть малый угол в прямоугольном треугольнике, в котором гипотенуза есть расстояние от центра светила до центра Земли, а малый катет есть радиус Земли.

Если обозначить радиус Земли через  $r$ , а расстояние до светила через  $D$  и горизонтальный параллакс через  $p$ , то

$$D = \frac{r}{\sin p} . \quad (19.1)$$

Поскольку Земля сжата у полюсов, ее радиус  $r$  в различных пунктах неодинаков, следовательно, и значение  $p$  будет различно. Горизонтальный параллакс будет наибольшим для наблюдателя, находящегося на экваторе Земли. В этом случае он называется *горизонтальным экваториальным параллаксом*.

Если  $r_0$  — экваториальный радиус Земли, а  $p_0$  — горизонтальный экваториальный параллакс, то

$$D = \frac{r_0}{\sin p_0} .$$

Приравняв это равенство к (19.1), получим  $\frac{r}{\sin p} = \frac{r_0}{\sin p_0}$ , или, вследствие малости углов,  $\frac{r}{p} = \frac{r_0}{p_0}$ , откуда

$$p_0 = \frac{r_0}{r} p. \quad (19.2)$$

В большинстве случаев сжатие Земли не оказывает влияния ни на результаты наблюдений, ни на определение расстояний к светилам по формуле (19.1). И только для небольшого числа светил, у которых суточный параллакс особенно велик, при очень точных определениях пользуются горизонтальным экваториальным параллаксом.

Вследствие малости параллакса синус его не всегда может быть найден в таблицах тригонометрических функций. Поэтому, полагая  $\sin p'' = p'' \sin 1''$  и принимая во внимание, что  $\sin 1'' = \frac{1}{206265}$ , формулу (19.1) записываем в виде

$$D = \frac{206265r}{p''}. \quad (19.3)$$

В астрономических календарях даются экваториальные координаты светил для воображаемого наблюдателя, находящегося в центре Земли. Такие координаты называются *геоцентрическими*. Для наблюдателя, находящегося на земной поверхности, координаты этого же светила будут иными.

На рис. 35  $z'$  — наблюдаемое зенитное расстояние, а  $z$  — геоцентрическое зенитное расстояние. Как видно из рисунка,

$$z' = z + p_1, \quad (19.4)$$

т. е. наблюдаемое зенитное расстояние больше геоцентрического на величину параллакса. Таким образом, параллакс всегда понижает светило, не изменяя его азимута.

Из треугольника  $OMS_1$  можно написать

$$\frac{\sin p_1}{r} = \frac{\sin (180^\circ - z')}{D}, \text{ или } \frac{r}{D} = \frac{\sin p_1}{\sin z'},$$

а из треугольника  $OMS_2$  следует  $\frac{r}{D} = \sin p$ , где  $p$  — горизонтальный параллакс, следовательно,

$$\sin p_1 = \sin p \sin z'.$$

Учитывая малость параллакса, получим

$$p_1 = p \sin z', \quad (19.5)$$

или, принимая во внимание (19.4),

$$p_1 = z' - z = p \sin z'. \quad (19.6)$$

Как видим, параллакс по зенитному расстоянию (или по высоте) пропорционален синусу зенитного расстояния.

Из формул (19.1) и (19.3) видно, что для определения расстояний к светилам достаточно определить их горизонтальный параллакс. Определить горизонтальный параллакс можно путем одновременного наблюдения светила из двух обсерваторий  $M_1$  и  $M_2$ , лежащих на одном меридиане (рис. 36). Наблюдения проводятся в момент верхней кульминации.

Пусть  $\delta$  и  $z$  — геоцентрические координаты светила  $S$ ,  $\varphi$  — широта обсерватории  $M_1$ , а  $z'$  и  $\delta_1$  — наблюдаемые координаты светила.

Для момента кульминации  $z' = \varphi_1 - \delta_1$ ,  $z = \varphi_1 - \delta$ , откуда  $z' - z = \delta - \delta_1$ . Используя (19.6), получим

$$\delta - \delta_1 = p \sin (\varphi_1 - \delta_1). \quad (19.7)$$

Подобное соотношение можно записать и для второй обсерватории  $M_2$ :

$$\delta - \delta_2 = p \sin (\varphi_2 - \delta_2). \quad (19.8)$$

Вычитая из (19.8) уравнение (19.7), получим

$$\delta_1 - \delta_2 = p (\sin (\varphi_2 - \delta_2) - \sin (\varphi_1 - \delta_1)),$$

откуда

$$p = \frac{\delta_1 - \delta_2}{\sin (\varphi_2 - \delta_2) - \sin (\varphi_1 - \delta_1)} \quad (19.9)$$

Определенный таким методом параллакс Луны составляет  $57'$ . Непосредственные определения горизонтального параллакса Солнца дали бы большую ошибку вследствие сильного нагревания инструментов солнечными лучами.

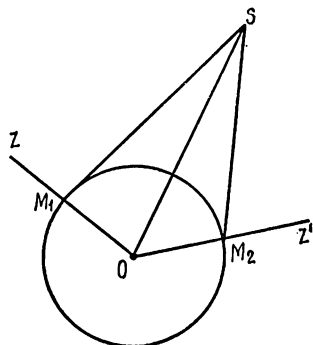


Рис. 36



Параллакс Солнца вычисляют косвенным путем, определяя его через параллакс какой-нибудь планеты. Величина параллакса Солнца составляет  $8'',8^1$ .

## У п р а ж н е н и я

1. Чему равен суточный параллакс Луны на зенитном расстоянии  $55^\circ$ ?

2. Влияет ли суточный параллакс Луны на ее видимый угловой диаметр?

3. Определить расстояние к Луне, зная, что ее суточный горизонтальный параллакс  $57'$ .

4. Определить расстояние к Солнцу, если его суточный горизонтальный параллакс  $8'',8$ .

5. Наблюдаемое зенитное расстояние верхнего края Солнца составляет  $59^\circ 58' 34''$ , видимый радиус Солнца  $15' 51''$ . Найти геоцентрическое зенитное расстояние Солнца, исправив наблюдаемое значение на рефракцию и параллакс.

6. Определить геоцентрическое зенитное расстояние центра Луны, если наблюдаемая ее высота была  $40^\circ$ .

7. Диаметр Луны составляет 0,27 диаметра Земли. Пренебрегая расстоянием от Земли до Луны, определить горизонтальный параллакс Солнца для наблюдателя, находящегося на Луне.

8. Определить расстояние к Юпитеру, когда его суточный горизонтальный параллакс равен  $1'',47$ . Выразить расстояние в астрономических единицах, принимая  $1 \text{ а. е.} = 149\,500\,000 \text{ км}$ .

9. Определить в астрономических единицах расстояние к Нептуну, когда его суточный горизонтальный параллакс равен  $0'',29$ .

10. В момент противостояния суточный горизонтальный параллакс Марса был  $23'',2$ . Определить расстояние к планете в километрах.

## § 20. Годичный параллакс

Суточный параллакс обнаруживается только для ближайших небесных тел, для Солнца, Луны, планет и комет.

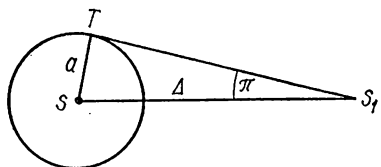


Рис. 37

Звезды находятся несравненно дальше и для них влияние суточного параллакса совершенно неощутимо.

Параллактическое смещение звезд можно обнаружить, если в качестве базиса принять радиус зем-

ной орбиты. Под влиянием годичного движения Земли звезды как бы описывают на небесной сфере в течение

<sup>1</sup> Точные наблюдения дают для среднего параллакса Луны величину  $p = 57' 2'',67 \pm 0'',06$ . Для Солнца  $p = 8'',803 \pm 0'',001$ .

года эллипсы, тем более сжатые, чем ближе звезда к плоскости эклиптики.

*Годичным параллаксом* называется малый угол в прямоугольном треугольнике (рис. 37), в котором гипотенузой служит расстояние от Солнца до светила, а малым катетом — расстояние между Землей и Солнцем.

Если  $\Delta$  расстояние от Солнца до светила,  $a$  — расстояние от Земли до Солнца, а  $\pi$  — годичный параллакс, то

$$\Delta = \frac{a}{\sin \pi}. \quad (20.1)$$

Поскольку угол  $\pi$  очень мал, то, полагая  $\sin \pi = \pi \sin 1''$  и принимая  $\sin 1'' = \frac{1}{206265}$ , получим

$$\Delta = \frac{20\,6265a}{\pi}. \quad (20.2)$$

Принимая  $a = 1$ , получим формулу для определения расстояния к звезде в *астрономических единицах*:

$$\Delta = \frac{20\,6265}{\pi}. \quad (20.3)$$

Поскольку расстояния к звездам обратно пропорциональны годичному параллаксу, то формулу для определения расстояния можно записать в виде

$$\Delta = \frac{1}{\pi}. \quad (20.4)$$

Если  $\pi = 1''$ , то  $\Delta = 1$ . Такая единица называется *парсеком*. Иными словами: парсек — это расстояние, которое соответствует годичному параллаксу в одну секунду.

Из (20.3) следует, что 1 парсек = 206265 а. е.

Влияние годичного параллакса на координаты звезд незначительно и учитывается только для небольшого числа самых близких звезд, обладающих значительными параллаксами. Экваториальные координаты, исправленные на годичный параллакс, называются *гелиоцентрическими координатами*. Переходя от геоцентрических экваториальных координат к гелиоцентрическим, мы как бы переносим наблюдателя из центра Земли в центр Солнца.

Но в большинстве случаев различие между геоцентрическими и гелиоцентрическими координатами неощутимо. Формулы для определения гелиоцентрических координат

$\alpha$  и  $\delta$  по геоцентрическим  $\alpha'$  и  $\delta'$  выводятся в курсах сферической астрономии.

Измерения параллаксов очень трудны. Измеренные параллаксы представляют собой углы меньше одной секунды. В наше время эти измерения проводятся с помощью фотографии. Наибольший параллакс  $\pi = 0",75$  имеет ближайшая к нам звезда  $\alpha$  Центавра.

### У п р а ж н е н и я

1. Определить в астрономических единицах расстояние к  $\alpha$  Центавра, если ее годичный параллакс  $0",75$ .

2. Определить расстояние в парсеках к  $\alpha$  Андромеды, если ее годичный параллакс  $0",024$ .

3. Световым годом называют расстояние, которое свет проходит за 1 год. Сколько световых лет содержит один парсек?

4. Сколько астрономических единиц содержит один световой год?

5. Чему равен годичный параллакс Солнца?

### § 21. Абберация света

В 1725 г. английский астроном Бадлей (1693—1762), проводя наблюдения с целью определения годичного параллакса звезды  $\gamma$  Дракона, находящейся вблизи полюса эклиптики, обнаружил периодическое ее смещение, которое нельзя было объяснить параллактическим смещением. Это привело Бадлея к открытию *абберации света*, которому он дал объяснение в 1728 г.

Смещение, открытое Бадлеем, состояло в том, что все звезды близ полюса эклиптики в течение года описывают круги одинакового радиуса, равного  $20",5$ . Величина этого смещения не зависит от расстояния к звезде. При этом смещение звезды направлено не к Солнцу, как это должно быть при параллактическом смещении, а к точке, лежащей на эклиптике на  $90^\circ$  западнее Солнца. Иными словами, звезда как бы отстает по сравнению с параллактическим смещением на  $1/4$  оборота. Явление это было названо *абберацией звезд*.

Пусть звезда  $S$  находится в полюсе эклиптики (рис. 38) и свет от нее попадает в объектив  $O$  телескопа  $OA$ . Предположим для простоты, что поле зрения телескопа настолько мало, что в нем помещается только светило  $S$ . Если бы Земля была неподвижна, то наблюдатель видел бы звезду в полюсе эклиптики. Но Земля движется, и за время,

в течение которого луч света пройдет отрезок  $OA$ , она успеет переместиться. Поэтому наблюдатель не увидит звезду  $S$  в поле зрения телескопа. Для того чтобы увидеть звезду, нужно повернуть телескоп на некоторый угол. При этом телескоп займет положение  $BO$ .

За то время, в течение которого свет пройдет из точки  $O$  к точке  $A$  (т. е. от объектива телескопа к окуляру), наблюдатель вместе с Землей переместится из точки  $B$  в точку  $A$ . При этом наблюдатель будет видеть светило  $S$ , но не в полюсе эклиптики, а в несколько смещенном положении  $S_1$ .

Обозначив через  $K$  угол смещения, заметим, что

$$\operatorname{tg} K = \frac{BA}{OA}. \quad (21.1)$$

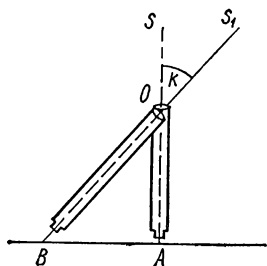


Рис. 38

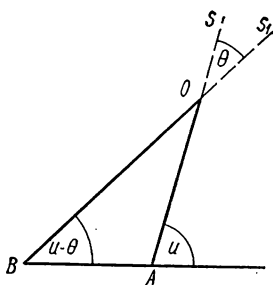


Рис. 39

Если  $v$  — скорость движения Земли, а  $c$  — скорость света, то  $BA = vt$ , а  $OA = A$ , откуда

$$\operatorname{tg} K = \frac{v}{c}, \quad (21.2)$$

При  $v = 29,75$  км/с,  $c = 299800$  км/с получим

$$\operatorname{tg} K = \frac{29,75}{299800}. \quad (21.3)$$

Вследствие малости  $K$  можно принять

$$\operatorname{tg} K'' \approx \sin K'' \approx K'' \sin 1'' = \frac{K''}{206265},$$

$$\text{откуда} \quad K = \frac{206265 \cdot 29,75}{299800} = 20'',47. \quad (21.4)$$

Эта величина называется *постоянной абберации*.

Рассмотрим более общий случай. Пусть звезда  $S$  находится в произвольной точке небесной сферы (рис. 39), а Земля движется в направлении  $BA$ . Это направление называется

апексом. Пусть звезда удалена от апекса на угол  $u$ . Свет от этой звезды будет идти в направлении  $SA$ , но вследствие сложения скоростей света и Земли наблюдатель будет видеть светило в направлении  $BS_1$ , наклонив телескоп на угол  $\Theta$ . Таким образом, видимое направление будет смещено относительно истинного на угол  $\Theta$ . Из треугольника  $AOB$  можно записать

$$\frac{\sin \Theta}{\sin (u - \Theta)} = \frac{BA}{OA} = \frac{vt}{ct} = \frac{v}{c},$$

или

$$\frac{\sin \Theta}{\sin (u - \Theta)} = \frac{v}{c}. \quad (21.5)$$

Поскольку  $\Theta$  мало,  $\sin (u - \Theta) \approx \sin u$ , то  $\frac{\sin \Theta}{\sin u} = \frac{v}{c}$ ,

$\sin \Theta = \frac{v}{c} \sin u$ , но  $\sin \Theta \approx \Theta'' \sin 1''$ ,  $\Theta'' \sin 1'' = \frac{v}{c} \sin u$ ,  $\Theta'' =$

$$= \frac{v}{c \sin 1''} \sin u, \text{ но } \frac{v}{c \sin 1''} = k, \text{ откуда}$$

$$\Theta = k \sin u. \quad (21.6)$$

Таким образом, аберрационное смещение звезды пропорционально синусу углового расстояния между направлениями на светило и апекс движения наблюдателя. Смещение происходит по большому кругу, проходящему через апекс движения наблюдателя и светила.

Как видно из рис. 38, аберрационное смещение приближает светило к апексу наблюдателя. Апекс годичного движения Земли совершает в течение года полное обращение по эклиптике. Вместе с ним обращается и звезда  $S_1$  вокруг своего истинного положения  $S$ . Формула (21.3) определяет расстояние между  $S$  и  $S_1$ .

Звезды, расположенные вблизи полюсов эклиптики, описывают круги радиусом  $20'',5$ . Все остальные звезды в течение года описывают небесные эллипсы. Большие оси этих эллипсов параллельны эклиптике и имеют длину, равную  $41''$  (т. е.  $2k$ ), а малые оси эллипсов зависят от эклиптической широты звезды. Эти оси тем меньше, чем ближе звезда к эклиптике. Величина полуоси определяется по формуле  $b = k \sin \beta$ , где  $\beta$  — эклиптическая широта.

Звезда, лежащая на эклиптике, год влиянием аберрации колеблется по прямой линии, отходя от своего среднего положения то в одну, то в другую сторону на  $20'',5$ .

Аберрация светил, происходящая вследствие движения Земли вокруг Солнца, называется *годовой аберрацией*, а смещение положения светила вследствие движения Земли вокруг оси называется *суточной аберрацией*.

Вследствие суточной аберрации каждое светило смещается к точке востока по дуге большого круга. Величина смещения зависит от скорости вращения Земли на данной широте. Как показывают выведенные в курсах сферической астрономии формулы, влияние суточной аберрации становится заметным только для звезд с большим склонением. Поэтому астрономы учитывают ее лишь в тех случаях, когда склонение звезды превышает  $80^\circ$ .

### У п р а ж н е н и я

1. Определить скорость движения Земли вокруг Солнца, зная, что постоянная аберрации равна  $20'',47$ , а скорость света —  $299800$  км/с.

2. Звезда имеет эклиптическую широту  $\beta = 0$ . Указать, в каких точках своей орбиты находится Земля, когда аберрационное смещение этой звезды равно нулю.

3. Чему равна суточная аберрация на северном полюсе Земли?

4. Линейная скорость вращения Земли на экваторе составляет  $0,464$  км/с. Чему равно аберрационное смещение на экваторе?

5. Вообразите, что Земля движется вокруг Солнца по кругу, но неравномерно. Будет ли аберрационная орбита звезды, находящейся в полюсе эклиптики, иметь форму круга?

## § 22. Прецессия и путация

Еще во II в. до н. э. Гиппарх открыл, что полюс мира медленно изменяет свое положение среди звезд. Значительно позднее Ньютон объяснил причину этого явления, исходя из того, что Земля сжата у полюсов и несколько вытянута у экватора. Вследствие этого Луна, движущаяся не в плоскости земного экватора, сильнее притягивает экваториальную часть Земли, которая к ней ближе.

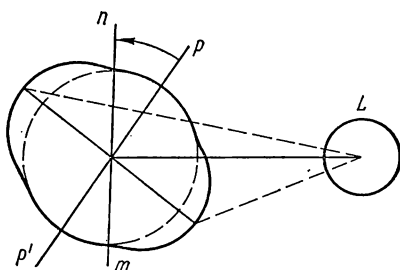


Рис. 40

При этом Луна как бы стремится перевернуть земной шар так, чтобы земной экватор совпал с плоскостью земной

орбиты (рис. 40). В результате сложения этого вращения с вращением земного шара вокруг оси земная ось описывает в пространстве конус.

На движение земной оси оказывает влияние и Солнце, но вследствие близости Луны к Земле влияние Луны значительно больше влияния Солнца.

Движение земной оси называют *прецессионным*, оно происходит очень медленно, один оборот продолжается около 26000 лет.

Вследствие прецессионного движения полюс мира изменяет свое положение относительно звезд и за 26000 лет описывает на небе окружность с центром в полюсе эклиптики и радиусом в  $23^{\circ},5$ . В наше время северный полюс мира находится вблизи звезды  $\alpha$  Малой Медведицы. Расчеты

показывают, что через 12000 лет полярной звездой будет Вега ( $\alpha$  Лиры).

С изменением направления оси мира изменяется и положение небесного экватора, а вместе с ним изменяется положение точки весеннего равноденствия. Две тысячи лет назад

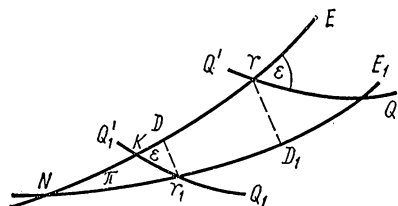


Рис. 41

эта точка находилась в созвездии Овна. Тогда и было принято обозначать ее знаком этого созвездия  $\Upsilon$ . Это обозначение сохранилось до наших дней, хотя за 2000 лет в результате прецессии точка весеннего равноденствия переместилась в созвездие Рыб.

Прецессия, которая вызывается действием Солнца и Луны, называется лунно-солнечной. Существует еще и прецессия от планет. Хотя притяжение планет очень мало, оно все же действует на движение Земли вокруг Солнца и изменяет положение эклиптики.

Лунно-солнечная прецессия перемещает точку весеннего равноденствия к западу на  $50'',37$  в год, а планетная прецессия перемещает эту точку на  $0'',13$  за год в обратном направлении. В результате общая годовая прецессия получается равной  $50'',24$ . Из этого числа примерно  $16''$  приходится на действие Солнца и  $34''$  на Луну.

Для иллюстрации лунно-солнечной и планетной прецессии изобразим дугой  $NE$  эклиптику, а дугой  $QQ'$  экватор (рис. 41). Точка весеннего равноденствия  $\Upsilon$  вследствие

прецессии перемещается за год в точку  $K$ . Дуга  $\Upsilon K = \psi' = 50'',368$  называется *лунно-солнечной прецессией*. Но за год сама эклиптика сместится вследствие планетной прецессии на угол  $\pi = 0'',47$  и займет положение  $NE_1$ . Точка весеннего равноденствия переместится в положение  $\Upsilon_1$ . Дуга  $\Theta = K\Upsilon_1$  называется *планетной прецессией*. Она составляет  $0'',134$ , а ее проекция на эклиптику будет

$$KD = K\Upsilon_1 \cos \varepsilon = 0'',134 \cos 23^\circ 27' = 0'',123.$$

Если спроектировать  $\Upsilon$  на  $NE_1$ , то вследствие малости угла  $\pi$  можно считать, что  $D\Upsilon = D_1\Upsilon_1$ ,

$$D_1\Upsilon_1 = \Upsilon K - KD = \psi' - \Theta \cos \varepsilon = 50'',368 - 0'',123 = 50'',245 = \psi.$$

Величина  $\psi$  называется *общей годовой прецессией*. На такую величину ежегодно смещается точка весеннего равноденствия.

Вследствие прецессии происходит медленное изменение вида звездного неба, незаметное для небольших промежутков времени. Но за отрезки времени порядка нескольких тысяч лет изменения будут весьма существенны. Так, например, через несколько тысяч лет в наших широтах будет наблюдаться созвездие Южного Креста, а Сириус будет невосходящим светилом.

В 1747 г. Бадлей установил, что полюс мира обладает не только вековым движением — прецессией, но и периодическим, который был назван *нутацией*. Под нутацией в наше время принято понимать ряд более мелких колебаний земной оси коротких периодов. Самое главное из этих колебаний имеет период 18,6 года и достигает  $9''$  в ту или другую сторону. Нутация также влияет на прямые восхождения и склонения светил.

Если не учитывать нутационных колебаний, а ограничиться только рассмотрением прецессионного движения полюса, то такой полюс называется *средним полюсом мира*, а соответствующие ему экватор и точка весеннего равноденствия — *средним экватором* и *средней точкой весеннего равноденствия*.

Если учитывать и нутационные колебания, то соответствующие точки и линии называются *истинным полюсом мира*, *истинным экватором* и *истинной точкой весеннего равноденствия*. На рис. 42 показано движение истинного



полюса мира около среднего. Это движение происходит по эллипсу, большая полуось которого равна постоянной нутации.

Поскольку звездное время определяется как часовой угол точки весеннего равноденствия, то в астрономии различают среднее звездное время и истинное звездное время в зависимости от того, какая точка весеннего равноденствия принята для отсчета часовых углов — средняя или истинная.

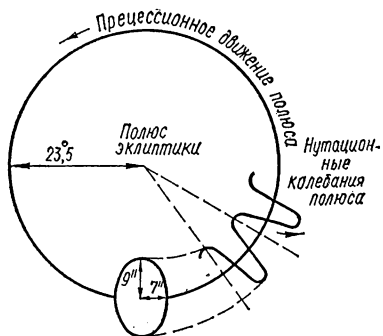


Рис. 42

Учет влияния прецессии и нутации на положение светил, а также вопросы, связанные с исчислением истинного и среднего звездного времени, рассматриваются в специальных курсах сферической астрономии, предназначенных для специалистов.

## У п р а ж н е н и я

1. За сколько лет вследствие прецессии полюс мира опишет дугу в  $10^\circ$ ?

2. Солнце совершает полный оборот по небу, возвращаясь к той же звезде за 365,25636 средних солнечных суток. Это так называемый звездный год. Определить продолжительность тропического года, зная, что вследствие прецессии точка весеннего равноденствия движется навстречу Солнцу по эклиптике на  $50'',2$  в год.

3. Определить величину и направление прецессии, зная, что продолжительность тропического года 365,2422 средних солнечных суток, а продолжительность звездного года 365,2564 средних солнечных суток.

## § 23. Собственные движения звезд

Так называемые «неподвижные звезды» в действительности не являются неподвижными. С течением времени они обнаруживают изменения экваториальных координат вследствие собственного движения.

Истинное движение звезды в пространстве можно раз-

ложить на две составляющие. Одна из них направлена по лучу зрения, а вторая — перпендикулярно к нему. В сферической астрономии рассматривается только вторая составляющая, которая смещает звезду на небесной сфере. Эта составляющая называется *тангенциальной*.

Под *собственным движением звезды* подразумевают перемещение звезды в секундах дуги за год. Для большинства звезд собственные движения очень малы и можно считать, что они происходят не на сфере, а на плоскости.

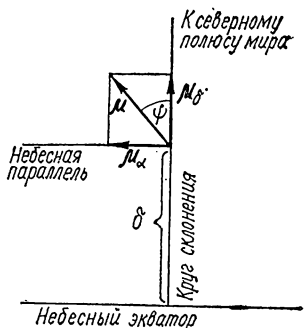


Рис. 43

На рис. 43 тангенциальное собственное движение изображено вектором  $\mu$ :

$$\mu = \sqrt{\mu_\alpha^2 + \mu_\delta^2}, \quad (23.1)$$

где  $\mu_\alpha$  — собственное движение по прямому восхождению, а  $\mu_\delta$  — собственное движение по склонению. Величина  $\mu_\delta$  измеряется по кругу склонения, поэтому

$$\mu_\delta = \frac{\delta - \delta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\delta}{\Delta t}. \quad (23.2)$$

Компонента  $\mu_\alpha$  направлена вдоль дуги малого круга, по небесной параллели звезды, а разность  $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_1$  измеряется по экватору. Поэтому отношение  $\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$  определяет компоненту по прямому восхождению в секундах времени

$$\mu_\alpha^s = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}. \quad (23.3)$$

Для перевода в секунды дуги следует учесть, что  $1^s = 15''$ . Кроме того, величина  $\mu_\alpha$  зависит от склонения, она будет большей при малом склонении звезды и уменьшается с увеличением склонения пропорционально косинусу склонения. Поэтому

$$\mu_\alpha = 15\mu_\alpha^s \cos \delta. \quad (23.4)$$

При определении изменений экваториальных координат  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\delta$  необходимо учитывать влияние прецессии.

Это достигается с помощью специальных формул, в которых используется годичная прецессия по склонению и прямому восхождению. Таблицы значений прецессии помещаются в астрономических справочниках и календарях.

Направление собственного движения определяется *позиционным углом*  $\psi$ , который отсчитывается от северного направления круга склонения против движения часовой стрелки и вычисляется по формулам

$$\sin \psi = \frac{\mu_{\alpha}}{\mu}; \quad (23.5)$$

$$\cos \psi = \frac{\mu_{\delta}}{\mu}. \quad (23.6)$$

Зная собственное движение звезды  $\mu$  и ее годичный параллакс  $\pi$ , можно определить ее тангенциальную скорость.

Пусть проекция пройденного пути звезды за год на плоскость, перпендикулярную к лучу зрения, составляет  $s$  км. Этот отрезок виден под углом  $\mu$ , равным собственному движению звезды, а большая полуось земной орбиты  $a$  на том же расстоянии видна под углом  $\pi$ , равным годичному параллаксу. Следовательно,  $\frac{s}{a} = \frac{\mu}{\pi}$ , откуда  $s = a \frac{\mu}{\pi}$ , где  $a = 149500000$  км. Разделив правую часть на количество секунд в году, получим тангенциальную скорость

$$v_t = \frac{149500000 \mu}{365,25 \cdot 86400 \pi} = 4,74 \frac{\mu}{\pi}. \quad (23.7)$$

Полная скорость звезды  $v$  определяется по формуле

$$v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2}, \quad (23.8)$$

где  $v_r$  — лучевая скорость, определяемая методами спектрального анализа.

### У п р а ж н е н и я

1. Звезда Каптейна имеет годичное собственное движение  $8'',75$  и параллакс  $0'',262$ . Какова ее тангенциальная скорость?

2. Лучевая скорость звезды Барнарда равна  $110$  км/с, а тангенциальная  $90$  км/с. Определить полную пространственную скорость звезды.

3. Звезда имеет собственное движение  $5'',21$  по направлению, позиционный угол которого  $\psi = 155^\circ$ . Определить компоненту собственного движения  $\mu_{\delta}$ .

4. Определить в единицах времени компоненту собственного движения звезды  $\mu_\alpha$ , если собственное движение  $\mu = 1'',59$ , позиционный угол  $\psi = 218^\circ$ , а склонение звезды  $\delta = 20^\circ 56'$ .

5. Звезда с координатами  $\alpha = 11^h 36^m,8$ ,  $\delta = +27^\circ 21'$  имеет компоненты собственного движения  $\mu_\alpha = 0'',0465$ ,  $\mu_\delta = -0'',795$ . Определить полное собственное движение  $\mu$  и его позиционный угол  $\psi$ .

## § 24. О классической обработке наблюдений

Результаты непосредственных измерений положений светил на небесной сфере требуют кропотливой обработки. Дело в том, что наблюдатель видит светила с движущейся Земли, которая окружена неоднородной атмосферой. При этом светила наблюдаются не там, где они в действительности находятся, и не могут иметь постоянных направлений для наблюдателя, который движется в пространстве. Таким образом, наличие земной атмосферы и движение Земли искажают положение светил на небесной сфере.

Прежде всего наблюденное положение светила исправляют от *инструментальных ошибок*. Затем освобождают наблюденные зенитные расстояния от влияния *рефракции*. Этим получают прямые восхождения и склонения светила для места наблюдения, которое как бы лишено атмосферы. После этого вносят поправку на *суточную абберацию* и получают координаты светила, отнесенные к невращающейся Земле.

Этот первый шаг обработки приводит светило на так называемое *видимое место*.

Следующим этапом обработки является учет *годовой абберации, суточного и годового параллакса*. Учет влияния годичной абберации дает возможность определить положение светила для наблюдателя, находящегося на Земле, которая не движется вокруг Солнца, а освобождение наблюдателя от суточного параллакса как бы переносит наблюдателя в центр Земли. Наконец, учитывая влияние годового параллакса, мы как бы переносим наблюдателя в центр Солнца.

Но, кроме факторов, искажающих положение светил на небесной сфере, есть факторы, смещающие систему координат. Без учета этих факторов невозможно составление каталога звезд, т. е. списка с указанием точных координат каждой звезды. К таким факторам относятся *прецессия и нутация*.

Введением поправки на *нутацию* координаты светила относят к *среднему полюсу мира* и к *средней точке весеннего равноденствия*. Затем, учитывая *прецессию* и *собственное движение*, получают так называемые *средние места звезд* для такого положения среднего полюса мира, какое он занимал на начало тропического года.

За начало тропического года принимают момент времени, когда средняя эклиптическая долгота Солнца, уменьшенная на постоянный коэффициент аберрации, в точности равна  $280^\circ$ . Момент начала тропического года ежегодно публикуется в астрономических календарях и ежегодниках. Оно по времени близко к началу календарного года.

Таким образом, в результате классической обработки наблюдений получают средние координаты, которые могут быть приведены с начала года наблюдений на начало другого года. При этом нужно учесть только прецессию и собственное движение за целое количество лет. Средние координаты звезд используют для составления звездных каталогов.

## ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ

### § 3

1. Для точки юга:  $A = 0^\circ$ ,  $h = 0^\circ$ ; севера:  $A = 180^\circ$ ,  $h = 0^\circ$ ; запада:  $A = 90^\circ$ ,  $h = 0^\circ$ ; востока:  $A = 270^\circ$ ,  $h = 0^\circ$ . 2. Юго-востоке, юго-западе. 3.. В моменты восхода и захода. 4. В моменты верхней кульминации. 5. 1 января азимут восхода  $313^\circ$ , азимут захода  $47^\circ$ ; 1 марта —  $272^\circ$  и  $78^\circ$ ; 1 мая —  $241^\circ$  и  $119^\circ$ ; 1 июня —  $224^\circ$  и  $136^\circ$ . 6. В восточную часть неба. 7.  $180^\circ$ . 8.  $180^\circ$ . 9.  $0^\circ$ . 10. Увеличивается в западной части, уменьшается в восточной части.

### § 4

1.  $49^\circ$ . 2.  $90^\circ$ ;  $70^\circ$ ;  $20^\circ$ . 3.  $0^\circ$ ;  $0^h$ . 4. Юго-западной. 5.  $0^h$ . 6.  $12^h$ . 7. —  $40^\circ$ . 8.  $20^\circ$ . 9.  $0^h$ . 10.  $12^h$ .

### § 5

1. Можно, так как для  $\delta = -16^\circ$  выполняется условие  $-(90^\circ - \varphi) < \delta < 90^\circ - \varphi$ . 2. Можно, так как при склонении  $39^\circ$  выполняется условие  $\delta > 90^\circ - \varphi$ . 3. Условие незаходимости  $\delta > 30^\circ$ , невозходимости  $\delta < -30^\circ$ , восходимости и заходимости  $-30^\circ < \delta < 30^\circ$ . 4. —  $49^\circ 37'$ . 5.  $70^\circ 33'$ . 6. Начиная с широты  $51^\circ 16'$ . 7. Начиная с широты  $60^\circ 15'$ . 8. Всегда. 9. Нет. 10.  $\delta > 90^\circ - \varphi$ .

### § 6

1.  $78^\circ 17'$ . 2.  $89^\circ 31'$ ;  $68^\circ 01'$ . 3.  $74^\circ 05'$ . 4. Звезда, кульминирующая в точке севера, имеет зенитное расстояние  $90^\circ$ ,  $z = 180^\circ - (\varphi + \delta)$ ,  $\delta = 52^\circ 03'$ . 5.  $z = 90^\circ$ ,  $z = \varphi - \delta$ ,  $\delta = 39^\circ 57' - 90^\circ = -50^\circ 03'$ . 6.  $60^\circ 10'$ . 7.  $32^\circ$ . 8.  $38^\circ 08'$ . 9.  $\varphi = 77^\circ 16'$ ,  $\delta = 52^\circ 31'$ . 10.  $47^\circ 45'$ .

### § 7

1. 0,5 суток. 2.  $\alpha = 2^h 36^m$ ,  $\delta = 14^\circ 7'$ . 3. Нет. 4. Найдем приближенное значение склонения Солнца  $\delta = 10^\circ 32'$ . Из условия  $|\delta| \geq 90^\circ - \varphi$  получим  $\varphi \geq 90^\circ - 10^\circ 32'$ . Граница проходит по  $79^\circ 28'$  северной широты. 5.  $39^\circ 33'$ . 6.  $2^\circ 25'$ . 7. В декабре Солнце находится в созвездии Стрельца. Перед восходом Солнца на востоке будут наблюдаться Скорпион и Весы, на юге Дева и Лев, на западе Рак и Близнецы. 8.  $81^\circ 6'$  северной широты. Указание: найти приближенное значение склонения Солнца. 9. В июне. 10.  $10^\circ 48'$ .

## § 8

$$1. \frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B}, \quad \sin a = \frac{\sin b}{\sin B}.$$

$$2. \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A, \quad \cos a = \cos b \cos c.$$

3.  $\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$ ,  $\sin a \cos B = \cos b \sin c$ ;  
разделив это равенство на  $\cos a = \cos b \cos c$ , получим

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos B.$$

$$4. \sin A \cos c = \cos C \sin B + \sin C \cos B \cos a;$$

$$\sin B \cos a = \cos A \sin C + \sin A \cos C \cos b;$$

$$\sin B \cos c = \cos C \sin A + \sin C \cos A \cos b;$$

$$\sin C \cos a = \cos A \sin B + \sin A \cos B \cos c;$$

$$\sin C \cos b = \cos B \sin A + \sin B \cos A \cos c.$$

$$5. \sin c \cos A = \cos a \sin b - \sin a \cos b \cos C \text{ при } C = 90^\circ \quad \sin c \times \\ \times \cos A = \cos a \sin b.$$

$$6. \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A; \quad \cos(180^\circ - A) = \\ = \cos(180^\circ - B) \cos(180^\circ - C) + \sin(180^\circ - B) \sin(180^\circ - C) \times \\ \times \cos(180^\circ - a),$$

$$-\cos A = \cos B \cos C - \sin B \sin C \cos a,$$

откуда

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a.$$

Аналогично  $\cos B = -\cos A \cos C + \sin A \sin C \cos b;$

$$\cos C = -\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c.$$

$$7. \text{ При } A = 90^\circ \quad -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a = 0, \text{ откуда } \cos a = \\ = \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C.$$

$$8. A = 90^\circ, \quad \sin a = \frac{\sin b}{\sin B}; \quad \cos a = \cos b \cos c, \quad \operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos B;$$

требуется доказать, что  $\cos B = \cos b \sin C$ . Доказательство:

$$\sin a = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}, \quad \cos B = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} a} = \frac{\sin c \cos a}{\cos c \cos a} = \frac{\sin c \cos b \cos c}{\cos c \sin a} = \\ = \frac{\sin c \cos b}{\sin c} = \cos b \sin C.$$

## § 9

1. Положив  $t = 180^\circ$ ,  $A = 180^\circ$ , получим  $-\cos \delta = \cos(\varphi + z)$ , или  $\cos(180^\circ - \delta) = \cos(\varphi + z)$ , откуда  $180^\circ - \delta = \pm(\varphi + z)$ . Имеем два ответа:  $180^\circ - \delta = \varphi + z$  и  $180^\circ - \delta = -\varphi - z$ . Из первого  $z = 180^\circ - (\varphi + \delta)$ , из второго  $z = \delta - \varphi - 180^\circ < 0$ , что невозможно. 2.  $t = 0$ ,  $A = 180^\circ$ ,  $\cos \delta = \cos(\varphi + z)$ ,  $z = \delta - \varphi$ . 3.  $A = 0$ ,  $z = \varphi - \delta$ . 4. Положив  $z = 90^\circ - h$  и  $t = 0$ , получим  $h = 90^\circ \pm (\delta - \varphi)$ . 5. Положив  $z = 90^\circ - h$  и  $t = 180^\circ$ , получим  $h = \varphi + \delta - 90^\circ$ . 6. В этом случае в параллактическом треугольнике угол при полюсе будет  $360^\circ - t$ , а при зените  $A - 180^\circ$ . Подставляя в (9.1) вместо  $t$   $360^\circ - t$  и вместо  $A$   $A - 180^\circ$ , после упрощения получим те же формулы. 7. В формулы

(9.4) вместо  $t$  подставим  $360^\circ - t$  и вместо  $A$  —  $180^\circ$ . После упрощения снова получим (9.4). 8.  $4^h10^m$ . У к а з а н и е. В формуле (9.4) положить  $z = 55^\circ$ ,  $\delta = 23^\circ12'$  и  $\varphi = 50^\circ27'$ , затем вычислить  $t$ . 9. Используем формулы (9.5), затем  $\sin \delta = n \sin N$ ,  $\cos \delta \cos t =$   
 $= n \cos N$ ,  $\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t}$ ,  $N = 32^\circ55'$ .  $\operatorname{tg} A = \frac{\cos \delta \sin t}{n \sin (\varphi - N)} =$   
 $= \frac{\cos N \operatorname{tg} t}{\sin (\varphi - N)}$ ,  $A = 279^\circ28'$ .  $\operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg} (\varphi - N)}{\cos A}$ ,  $z = 68^\circ41'$ .

## § 11

1.  $22^h51^m05^s$ . 2.  $9^h01^m$ . 3.  $5^h53^m49^s$ . 4.  $6^h44^m03^s$ . 5.  $7^h49^m34^s$ .  
 6.  $1^h21^m15^s$ . 7. В западной части. 8.  $13^h21^m15^s$ . 9.  $\alpha = 7^h35^m$ .  
 $\delta_1 = 15^\circ45'$ ;  $\delta_2 = -15^\circ45'$ . 10.  $s_{\text{вос}} = 21^h40^m04^s$ ;  $s_{\text{зах}} = 15^h44^m44^s$ .

## § 12

1.  $1^m13^s$ . 7. 2. 0,99727. 4. 1,002738. 4. 1461 5. 1469. 6.  $14^h56^m30^s$ .  
 7.  $12^h36^m$ . 8.  $21^h20^m$ . 9.  $6^m06^s$ . 10.  $3^m03^s$ .

## § 13

1.  $10^h28^m17^s$ . 2.  $6^h26^m03^s$ . 3.  $23^h56^m4^s, 09$ . 4.  $24^h03^m56^s, 59$ .  
 5.  $13^h25^m29^s$ . 6.  $12^h01^m58^s, 28$ . 7.  $11^h58^m02^s, 05$ . 8.  $7^h28^m43^s$ .  
 9.  $14^h37^m56^s$ . 10.  $19^h47^m40^s$ .

## § 14

1.  $2^h30^m30^s$ . 2.  $2^h02^m$ . 3.  $12^h21^m, 9$ . 4.  $18^h10^m, 3$ . 5.  $9^h12^m, 9$ .  
 6.  $11^h42^m$ . 7.  $10^h20^m$ . 8.  $4^h43^m$ . 9.  $5^h30^m$ . 10.  $6^h49^m49^s$ .

## § 16

1. 365, 24219. 2. 365, 25. 3. 365, 2424. 4. 355 суток. 5. 352 суток.  
 6. 62,5 суток. 7. 28 марта. 8. 119 год до Великой Октябрьской социалистической революции. 9. 18 января. 10. 12 апреля.

## § 18

1.  $6^\circ25'35''$ . 2. Вследствие рефракции площадь видимого диска уменьшается. Увеличение размеров у горизонта — кажущееся.  
 3.  $48''$ . 4. 5 минут. 5. Около 4 суток. 6.  $2^\circ26'47''$ . 7.  $\varphi = 49^\circ58'52''$ .  
 $\delta = 79^\circ58'33''$ . 8.  $4^\circ30'16''$ . 9. За северным или южным полярным кругом. Возможная ошибка могла бы достигать 8—9 км. 10.  $\alpha = 5^h14^m55^s$ ,  $\delta = -9^\circ22'07''$ .

## § 19

1.  $46'$ . 7. 2. Да, влияет, так как разность зенитных расстояний верхнего и нижнего краев диска составляет примерно  $16'$ , а это дает



различные значения для синуса  $z$ . 3. 384000 км. 4. 149 500 000 км. 5.  $60^{\circ}15'56''$ . 6.  $49^{\circ}17'15''$ . 7.  $2'',38$ . 8. 6 а. е. 9. Около 30 а. е. 10. 56,6 млн. км.

#### § 20 ~

1. 275020 а. е. 2. 41,7 пс. 3. 3,26 св. лет. 4. 63310 а. е. 5. Если учесть определение, годичный параллакс Солнца не имеет смысла.

#### § 21

1. 29,75 км/с. 2. Когда Земля движется прямо к звезде или прямо от нее. 3. Нулю. 4.  $0'',32$ . 5. Нет.

#### § 22

1. 720 лет. 2. 365,2422 ср. солн. сут. 3.  $50'',4$  навстречу движению Солнца.

#### § 23

1. 150 км/с. 2. 142 км/с. 3. —  $5'',21 \cos 25^{\circ} = -4'',69$ . 4. —  $0'',07$ . 5.  $\mu = 1'',01$ ;  $\psi = 142^{\circ}$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Б л а ж к о С. Н. Курс сферической астрономии. М.—Л., Гостехиздат, 1948.

К а з а к о в К. А. Курс сферической астрономии. М.—Л., Гостехиздат, 1940.

К у л и к о в К. А. Курс сферической астрономии. М., Государственное издательство физико-математической литературы, 1961.

А с т р о н о м и ч е с к и й к а л е н д а р ь. Постоянная часть. Изд. 6. М., «Наука», 1973.

А с т р о н о м и ч е с к и й к а л е н д а р ь (ежегодник). Переносная часть. М., «Наука».

Ш к о л ь н ы й а с т р о н о м и ч е с к и й к а л е н д а р ь (ежегодник). М., «Просвещение».

К о р о т к и й а с т р о н о м і ч н и й к а л е н д а р (щорічник). К., «Наукова думка».

П о л а к И. Ф. Курс общей астрономии. Изд. 6. М.—Л., ГИТТЛ, 1951.

В о р о н ц о в-В е л ь я м и н о в Б. А. Сборник задач и упражнений по астрономии. Изд. 2. М.—Л., ГИТТЛ, 1949.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
-----------------------	---

### Глава I. Небесная сфера

§ 1. Сферические координаты . . . . .	5
§ 2. Основные круги и точки на небесной сфере	7
§ 3. Горизонтальные координаты . . . . .	10
§ 4. Экваториальные координаты . . . . .	12
§ 5. Вращение небесной сферы на различных географических широтах . . . . .	15
§ 6. Высота светила в момент кульминации	19
§ 7. Движение Солнца по небесной сфере	21
§ 8. Элементы сферической тригонометрии	26
§ 9. Параллактический треугольник . . . . .	34

### Глава II. Измерение времени

§ 10. Основы измерения времени . . . . .	37
§ 11. Звездное время . . . . .	39
§ 12. Солнечное время . . . . .	42
§ 13. Связь между единицами звездного и среднего времени . . . . .	46
§ 14. Системы счета времени . . . . .	48
§ 15. Линия перемены даты . . . . .	53
§ 16. Календарь и летоисчисление . . . . .	55
§ 17. Эфемеридное время . . . . .	60

### Глава III. Факторы, изменяющие положение светил на небесной сфере

§ 18. Рефракция . . . . .	63
§ 19. Суточный параллакс светила . . . . .	68
§ 20. Годичный параллакс . . . . .	72
§ 21. Аберрация света . . . . .	74
§ 22. Прецессия и нутация . . . . .	77
§ 23. Собственные движения звезд . . . . .	81
§ 24. О классической обработке наблюдений	83
Ответы, указания, решения . . . . .	85
Список литературы . . . . .	88

15 коп.

